Morgana Scheller

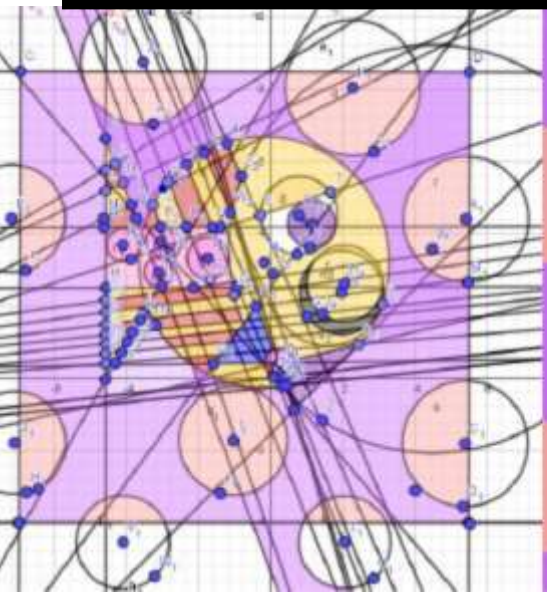
Fátima Peres Zago de Oliveira

Paula Andrea Grawieski Civiero

Rogério Sousa Pires

(Org.)

Vivências e experiências na formação inicial de matemática



1ª edição

2019

Instituto Federal Catarinense

Morgana Scheller
Fátima Peres Zago de Oliveira
Paula Andrea Grawieski Civiero
Rogério Sousa Pires
(Organizadores)

Vivências e experiências na formação inicial de matemática

1ª Edição

Instituto Federal Catarinense

2019

Somos filiados:

Associação Brasileira
das Editoras Universitárias

Editora do Instituto Federal Catarinense
Rua das Missões, nº 100
Ponta Aguda – Blumenau – SC
CEP 89051-000

Editor chefe – Eduardo Augusto Werneck Ribeiro
Conselho Editorial: Cladecir Alberto Schenckel, Fernando José Garbuio, Josefa Surek de Souza e Kátia Oliveira.

Conselho Científico da obra: Ademir Damázio, Alessandro Jacques Ribeiro, André Luis Trevisan, Danusa de Lara Bonotto, Eliane Araman, Jhony Alexander Villa-Ochoa, João Pedro da Ponte, Marcia Aguiar, Marisa Alexandra Ferreira Quaresma, Regina Grando, Maria Salett Biembengut, Zulma Elisabete de Freitas Madruga

ISBN: 978-85-5644-034-1

Ilustração Capa: Adaptação livre de obra, o Peixe (Romero Brito), construído no software de matemática geogebra, autoria: Gabriele Munarin, 2018.

Sumário

05 APRESENTAÇÃO

09 PREFÁCIO

PARTE I – PESQUISA NA LICENCIATURA

12 CAPÍTULO I - *Matemática Inclusiva: um Panorama Geral*

Tatiana Pires Escobar e Nilva Borba Girardi

30 CAPÍTULO II - *A Pesquisa em Educação em um curso de formação de professores de Matemática: uma proposta interdisciplinar*

Bruna Donato

PARTE II – PRÁTICAS DESENVOLVIDAS NO ÂMBITO DO PIBID E ESTÁGIO SUPERVISIONADO

47 CAPÍTULO III - *Vivenciando a investigação matemática na elaboração dos conceitos de fração a partir do uso do tangram*

Taise Kock, Patrícia de Souza Fiamoncini, Marizoli Regueira Schneider e Ruy Piehowiak

62 CAPÍTULO IV - *Modelagem Matemática como método de ensino no estágio de docência*

Elizandra Puchta Tavares e Morgana Scheller

81 CAPÍTULO V - *Investigação Matemática no Estágio Curricular Supervisionado II: materialização da teoria*

Tiago Ravel Schroeder, Indianara Cucco e Fátima Peres Zago de Oliveira

107 CAPÍTULO VI - *Bastidores, Cenários e Prática no desenvolvimento do Estágio Curricular Supervisionado*

Suelen Sasse Stein, Lariça Frena, Fátima Peres Zago de Oliveira e Ester Hasse

125 CAPÍTULO VII - *A dialogicidade como princípio da Matemática crítica desenvolvida no Estágio Curricular Supervisionado Obrigatório II do curso de Licenciatura em Matemática*

Alan Felipe Bepler, Fátima Peres Zago de Oliveira e Elisângela Regina Melz

PARTE III – PROPOSTAS ORIUNDAS DE DISCIPLINAS

146 CAPÍTULO VIII - *Matemática, tecnologias e o ensino de Cálculo*

Felipe José Nau e Marília Zabel

171 CAPÍTULO IX - *Educação Matemática e Tecnologias: desvendando seus mistérios*

Cristiano Duarte e Ruy Piehowiack

187 CAPÍTULO X - *A construção de jogos: alternativas para estimular o ensino da matemática*

Andressa Trainotti, Geicimara Fuck, Jailson Henrique Fernandes, Mirian Kranz e Raquel Werlich

203 CAPÍTULO XI - *A modelagem matemática na licenciatura em matemática: uma experiência de teoria e prática*

Michele de Medeiros, Gian Stüpp e Morgana Scheller

219 CAPÍTULO XII - Laboratório de Prática de Ensino Aprendizagem – experiências e saberes

Cristina Maxemovitch, Paula A. Grawieski Civiero e Elisângela R. Melz

Apresentação

A organização dessa coletânea representa, por um lado, um compromisso social com a educação pública e por outro, a ousadia de um grupo de educadores e educandos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense – Campus Rio do Sul, curso esse que existe desde 2010 e que tem como foco com o desenvolvimento profissional de professores de matemática da Educação Básica em uma perspectiva crítica e reflexiva. A coletânea, oriunda de vários tempos e espaços, ilustra a reconfiguração de saberes docentes e em formação em que se materializa a percepção de pesquisa e ensino decorrente de processo de reflexão *para, na e sobre* ações ocorridas no interior do curso.

O livro inclui 12 capítulos cujos autores possuem alguma relação com o Curso de Licenciatura em Matemática, seja na condição de docente, egresso ou licenciando. Tais capítulos versam sobre pesquisas, atividades ou práticas pedagógicas desenvolvidas no âmbito de componentes curriculares. Eles estão divididos em três partes.

A Parte I – Pesquisa na Licenciatura em Matemática – traz contribuições para a formação acadêmica no tocante à pesquisa e compreende dois capítulos: Capítulo I - *Matemática Inclusiva: um Panorama Geral*– traça um panorama a respeito de uma recente linha de estudo, Educação Matemática Inclusiva no Brasil; e Capítulo II - *A Pesquisa em Educação em um curso de formação de professores de Matemática: uma proposta interdisciplinar* - relata práticas pedagógicas desenvolvidas na disciplina Pesquisa em Educação do curso de Licenciatura no que tange à formação docente para a pesquisa científica.

A Parte II – Práticas desenvolvidas no âmbito do PIBID e Estágio Supervisionado – contribui com cinco capítulos na coletânea apresentando descrição e análise de prática implementadas no âmbito do PIBID e Estágio Supervisionado Curricular Obrigatório.

O Capítulo III - *Vivenciando a investigação matemática na elaboração dos conceitos de fração a partir do uso do tangram* – traz ao público um trabalho desenvolvido no âmbito do PIBID, em uma escola de educação básica. Ilustram como o caráter investigativo de uma prática pode contribuir com os processos de ensino e de aprendizagem.

O Capítulo IV - *Modelagem Matemática como método de ensino no estágio de docência* apresenta e analisa uma prática de Modelagem Matemática como método de ensino com pesquisa desenvolvida no Estágio Supervisionado III. Realizada com estudantes do Ensino Médio, a prática oportunizou a abordagem de conceitos de sistemas lineares.

O Capítulo V- *Investigação Matemática no Estágio Curricular Supervisionado II: materialização da teoria* discute uma possibilidade de desenvolver a Investigação Matemática numa perspectiva crítica, no período de Estágio, com uma turma de 9º Ano de uma Escola Pública. Nele foi aprofundado a prática fundamentada na dialogicidade que fundamentam uma educação humanizadora e envolve dimensões de autoria, autocrítica e colaboração entre estudantes durante a aprendizagem e avaliação.

O Capítulo VI - *Bastidores, Cenários e Prática no desenvolvimento do Estágio Curricular Supervisionado* – traz à tona experiências vivenciadas no período de estágio numa turma de 7º Ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública. Nele foi abordado aspectos que impactaram no planejamento e no replanejamento, durante o período de intervenção, tratados numa analogia que envolve os bastidores, cenários e prática numa perspectiva questionadora, abrangendo práticas relacionadas à aspectos da contextualização do conhecimento.

O Capítulo VII - *A dialogicidade como princípio da Matemática crítica desenvolvida no Estágio Curricular Supervisionado Obrigatório II do curso de Licenciatura em Matemática* - relata momentos fulcrais fundamentados na dialogicidade durante o período do Estágio com estudantes de 7º Ano do Ensino Fundamental de uma Escola Pública. Nele foi explicitado as concepções da relação dialógica e da Educação Matemática Crítica e os motivos para utilizá-las em aulas de Matemática.

Parte III – Propostas oriundas de disciplinas – colabora na coletânea com a apresentação e descrição de tarefas desenvolvidas no âmbito dos componentes curriculares, contribuintes dos saberes do conteúdo ou pedagógicos.

O Capítulo VIII - *Matemática, tecnologias e o ensino de Cálculo* – apresenta atividades desenvolvidas durante dois componentes curriculares de Cálculo. Elas objetivaram utilizar as potencialidades dos softwares de geometria dinâmica e da internet para a produção de conhecimento.

Capítulo IX - *Educação Matemática e Tecnologias: desvendando seus mistérios* – traz contribuições que podem auxiliar os professores ao bom uso das tecnologias no ensino de matemática. Inicialmente faz um histórico dos programas governamentais que visaram o uso de tecnologias em sala de atual e, em seguida, versa sobre como foi o desenvolvimento do componente curricular denominado de Educação Matemática e Tecnologias.

O Capítulo X - *A construção de jogos: alternativas para estimular o ensino da matemática* – apresenta como pode ser feito a construção de jogos matemáticos para o Ensino Fundamental com materiais de fácil acesso e elaboração e como estes podem auxiliar no processo de ensino-aprendizagem de matemática. É resultante de trabalho desenvolvido no componente Laboratório de Prática de Ensino e Aprendizagem.

O Capítulo XI - *A modelagem matemática na licenciatura em matemática: uma experiência de teoria e prática* – apresenta uma proposta de atividade baseada nos preceitos da Modelagem na Educação. É um dos resultados da prática como componente curricular, parte integrante de Metodologias para o Ensino de Matemática na Educação Básica.

O Capítulo XII - *Laboratório de Prática de Ensino Aprendizagem – experiências e saberes* – apresenta uma experiência vivenciada e desenvolvida na disciplina de Laboratório de Prática de Ensino Aprendizagem II, durante a 8ª fase do curso de Licenciatura do Campus.

A proposta deste livro é de oferecer uma experiência ao leitor que destaca a essencial indissociabilidade entre teoria e prática, pautada no diálogo e nas relações intersubjetivas, que revelam aspectos da profissionalização e profissionalidade dos licenciandos em Matemática. As investigações de professores, de orientadores e de alunos/orientandos, na problemática de cada um selecionou para seu aprofundamento de estudos, focalizam situações do cotidiano que mostra os motivos-para e os motivos-porque da ação de alunos na construção inicial da sua identidade docente.

Como nos ensina Paulo Freire (2003, p. 16) em seu livro Pedagogia do oprimido, "o diálogo fenomeniza e historiciza a essencial intersubjetividade humana,

ele é relacional" (FREIRE, 2003, p.16). Ao pronunciar dialogicamente, não de forma fechada, mas aberta, a relação eu-tu é sempre revisitada. E como ser ao mundo, os sujeitos trazem consigo um horizonte de sentidos na significação do que fazem e do que escolhem enquanto horizonte profissional.

Uma comunicabilidade, que convida você caro leitor a tonar-se presente neste palco que se instaura no movimento de aproximação do vivido por meio das experiências relatadas nos capítulos de atores e autores que habitaram a palavra no encontro com o outro, na busca por compreender o mundo pela experimentação de ser e estar professor em diferentes tempos e espaços.

Morgana Scheller
Fátima Peres Zago de Oliveira
Rogério Sousa Pires

Prefácio

PARA QUÊ E PARA QUEM DESENVOLVER UM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NO IFC?

As perguntas suscitadas pelo título deste prefácio foram as primeiras que elaboramos em 2009, quando fomos incitados a criar um curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal Catarinense – Campus Rio do Sul. Não era apenas mais um curso de Ensino Superior, sabíamos da responsabilidade e do compromisso social que estávamos assumindo, considerando a criação de um curso de formação de professores numa instituição pública e gratuita.

Desde então, fomos percebendo que essas perguntas não têm respostas simples, exatas e definitivas. Pelo contrário, quanto mais investimos no curso, mais nos questionamos. Desde 2009, com o Projeto de Criação de Curso e início da primeira turma em 2010, temos perseguido as questões e, no lugar de respostas, as perguntas foram ampliadas para além do trivial "como fazer", nos inquietando e provocando a constantes transformações.

O corpo docente do curso, ao longo desse período, foi se estruturando. Com isso, as diferenças de concepções epistemológicas, ideológicas e, por sua vez, pedagógicas foram aparecendo e nos lançando mais desafios. Por isso, a necessidade constante de discutir sobre a importância da formação de professores e sobre a função social do professor de matemática, a qual vai além de reproduzir os conhecimentos específicos da área.

Nesse movimento, muitas coisas aconteceram, muitos docentes e acadêmicos passaram por aqui, com isso, o curso tomou forma, tomou vida própria e se consolidou. Após oito anos de vivências e acúmulo, muito se tem

para contar, pois muito se produziu durante as aulas, estágios, projetos de extensão e pesquisa e merecem ser socializados para que outros também possam usufruir daquilo que aqui se experienciou. Como diz Miguel Larrosa (2004), experiência não é o que nos passa, mas sim aquilo que nos toca.

Destarte, a experiência, a possibilidade de que algo nos aconteça ou nos toque, requer um gesto de ruptura, um gesto que nos parece quase impossível nos tempos que correm. A experiência é ímpar, para cada pessoa ela é única e particular. Duas pessoas jamais experimentam da mesma forma, com a mesma intensidade, mesmo que tenham vivido o mesmo fato, o mesmo acontecimento. Para cada um, as sensações se manifestam distintamente. Ao parar para pensar no que já vivemos, do que lembramos, das informações que foram muitas, ou dos momentos ímpares. Dessa forma, o saber da experiência é o que se adquire no modo como alguém vai respondendo ao que vai lhe acontecendo ao longo da vida e no modo como vamos dando sentido ao acontecer do que nos acontece. Assim, concebemos que experimentar é muito mais profundo, mais instigante, é aquilo que nos marca singularmente, distintamente.

Nesse contexto, percebemos que o curso para a formação inicial de professores de matemática tem um papel fundamental como palco dessas experiências. Entendemos ser necessário ampliar esse espaço, de modo a oportunizar aos licenciandos e aos docentes o compartilhamento das atividades e ações que ali foram e são vivenciadas. Ao mesmo tempo, oferecemos aos demais conhecer um pouco dessas experiências para refletir, repensar, readaptar ou replanejar as suas.

Com essa compreensão, este livro foi construído por muitas mãos, de acadêmicos e docentes, que juntos vêm relatar algumas das experiências vivenciadas ao longo desse tempo. O livro traz para o leitor alguns relatos de atividades construídas e debatidas coletivamente nas mais variadas disciplinas do curso. Reconhecemos a importância desta obra para refletir sobre o que já foi realizado e, principalmente, para nos projetarmos para o futuro. Com ela, está sendo oportunizada a reflexão das experiências e o compartilhamentos das

mesmas, que podem ser revisitadas, servindo assim de subsídios para discussões futuras sobre o curso, como possíveis mudanças de currículo.

Uma construção que vem demarcando a nossa história. A história do curso de Licenciatura em Matemática do IFC - Campus Rio do Sul, que perpassa muitas vidas.

Paula Andrea Grawieski Civiero
Marília Zabel

Capítulo 1

Matemática Inclusiva: um Panorama Geral

Tatiana Pires Escobar[1]
Nilva Borba Girardi[2]

A Plano Nacional de Educação (2014-2024) prevê para os próximos anos a universalização do acesso à Educação Básica, preferencialmente na rede comum de ensino, a todos os estudantes com deficiências, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação. Contudo o crescente número destes estudantes nas escolas já é uma realidade.

Considerando os dados divulgados pelo INEP/ MEC, coletados a partir do Censo Escolar, é possível verificar que tem ocorrido um aumento de matrículas desta população na rede comum, em detrimento às matrículas em classes especiais ou escolas exclusivas. Mais precisamente, entre os anos de 2007 a 2016, houve um acréscimo de 35,2 pontos percentuais na proporção de matrículas em classes comuns enquanto as escolas especiais tiveram uma redução de 26 pontos percentuais. Desta redução, 15,4% foram apenas no ano 2016.

---

[1] Professora de Educação Inclusiva do Instituto Federal Catarinense *campus* Rio do Sul. Mestre em Educação.
[2] Acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense *campus* Rio do Sul.

Quando estes dados são verificados e comparados entre as distintas redes de ensino, constata-se a presença massiva de estudantes com necessidades especiais na rede pública. Da totalidade destas matrículas, 94,2% estão nas escolas que pertencem a esta esfera. Sendo que, quanto mais elevada a etapa de ensino, maior a concentração destes estudantes no sobredito setor. Ressalta-se que a universalização prevista no Plano Nacional de Educação já é meta atingida nos estados do Rio Grande do Norte, Acre e Roraima. As demais unidades federativas, com exceção do Paraná, já mantêm mais de 74% do público da educação especial nas escolas comuns.

Estes dados comprovam o que estudiosos e trabalhadores da educação já sabem empiricamente: é urgente refletir sobre as novas dinâmicas e necessidades escolares, surgidas com a forte presença destes acadêmicos nos bancos das escolas comuns e, para além da reflexão é necessário pensar e construir estratégias de ensino que contribuam para o acesso à aprendizagem dos estudantes "incluídos".

Sendo assim, a escrita deste artigo foi motivada pela necessidade de elaborar um panorama sobre o tema em questão, com base nas produções realizadas pelos pesquisadores da Educação Matemática Inclusiva. Para tal analisamos todas as pesquisas disponíveis no banco de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior (CAPES), selecionadas a partir do vocábulo "matemática inclusiva". Encontramos 21 trabalhos, todos referentes a dissertações defendidas para obtenção do título de Mestrado Profissional em Matemática. Não encontramos mestrados acadêmicos, nem teses de doutorado voltados ao tema em foco na plataforma da CAPES.

O Educação Matemática Inclusiva refere-se a uma linha de estudo muito recente no Brasil e tem como objetivo investigar as ações didáticas e pedagógicas voltadas à melhoria do ensino da matemática nas salas de aula que contenham estudantes público da educação especial ou com outros tipos de necessidades educacionais específicas.

Para alcançar o intuito deste escrito, estruturamos este trabalho em três momentos. No primeiro momento selecionamos as dissertações defendidas

entre os anos de 2013 a 2017 e as localizamos no tempo e no espaço, enfatizando os aspectos quantitativos; no segundo momento apresentamos a síntese destes trabalhos e, por fim, a partir dos dados coletados, elaboramos um panorama sobre o tema em questão.

O primeiro momento: localizando e sistematizando as dissertações

Como dito anteriormente, o total foram encontrados 21 dissertações que tratam de Matemática Inclusiva. Um número pouco expressivo, considerando a complexidade e urgência da discussão sobre o ensino da matemática para estudantes com deficiência, transtornos globais do desenvolvimento e altas habilidades/superdotação.

As universidades públicas lideram as pesquisas neste campo. Do total de trabalho apenas 1 (um) foi defendido em instituição privada. Deste total sendo que 16 são de Universidades Federais, 4 de Universidades Estaduais e uma de Universidade privada. A produção acadêmica por Instituição de Ensino será mostrada no quadro abaixo.

Quadro 1 – Categorização da produção por Instituição Ensino.

Instituição de ensino	Quantidade
Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro	2
Universidade Federal do Pará	1
Universidade Federal da Paraíba/João Pessoa	1
Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro	2
Universidade Estadual de Campinas	1
Universidade Federal do Acre	2
Universidade Federal do Rio de Janeiro	1
Universidade de São Paulo/ Ribeirão Preto	1
Universidade Federal do Amapá	3

Universidade Federal de Juiz de Fora	I
Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul	I
Universidade Estadual de Londrina	I
Universidade Federal de Goiás	I
Universidade Federal do Tocantins	I
Universidade Federal de Santa Maria,	I
Universidade Federal do Oeste do Pará	I

Fonte: Banco de Teses e Dissertações da CAPES.

Como mostra o quadro acima, a Instituição que mais apresentou trabalhos foi a Universidade Federal do Amapá com três Dissertações, em seguida temos três Universidades com duas Dissertações cada: a Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, a Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro e a Universidade Federal do Acre. Nas demais a produção acadêmica foi de uma publicação por Instituição.

Os trabalhos também foram divididos por público da Educação Especial, conforme indicamos no quadro 2.

Quadro II – Categorização da produção por público da Educação Especial.

Público da Educação Especial	Quantidade de trabalhos produzidos
Deficiência intelectual	-
Deficiência auditiva/surdez	6
Deficiência física neuromotora	-
Deficiência visual	8
Deficiências múltiplas	-
Transtornos Globais do Desenvolvimento	-
Altas Habilidades Superdotação.	I

Fonte: Banco de Teses e Dissertações da CAPES.

Observamos que os estudos se concentram majoritariamente na área da deficiência sensorial. Ou seja, os pesquisadores da Matemática Inclusiva têm priorizado investigar a deficiência auditiva/surdez e a deficiência visual. Relegando a um segundo plano as deficiências intelectuais, físicas neuromotoras e múltiplas. Dentro dos critérios aqui selecionados, apenas um pesquisador dedicou-se às altas habilidades/superdotação.

Outros aspectos afins à educação especial também foram foco dos estudos. Entre eles os distúrbios de aprendizagem e o transtorno de déficit de atenção com ou sem hiperatividade. O próximo dado que exploramos refere-se a quantidade de produções por ano.

Quadro III – Categorização da produção por ano de publicação.

Ano de publicação	Quantidade de publicações
2013	2
2014	1
2015	8
2016	9
2017	1

Fonte: Banco de Teses e Dissertações da CAPES.

Ao observar o quadro acima, constatamos que o ano com maior defesas na área aqui estudada foi em 2016. Em segundo foi o ano de 2015, com oito. A presença de apenas um trabalho defendido em 2017 pode ser facilmente justificada pelo fato de os programas de pós-graduação não terem tido tempo hábil para inserir as pesquisas na Plataforma da CAPES, uma vez que os dados para este artigo foram levantados no mês de janeiro de 2018.

No que se refere aos trabalhos encontrados, conseguimos identificar quais regiões vem pesquisando mais sobre a Matemática Inclusiva, o que será mostrado no quadro abaixo.

Quadro IV – Categorização da produção por região brasileira.

Região	Quantidade
Norte	8
Nordeste	1
Centro-Oeste	2
Sudeste	8
Sul	2
Total	21

Fonte: Banco de Teses e Dissertações da CAPES.

Como podemos observar no quadro 4, as maiores produções estão concentradas nas regiões norte e sudeste com 8 trabalhos cada. Nas demais regiões não há mais de dois trabalhos defendidos.

O segundo momento: sínteses das pesquisas

Com as informações apresentadas acima, cumprimos a primeira parte deste trabalho que tratou de localizar no tempo e no espaço as pesquisas aqui selecionadas. Desta forma, passamos ao segundo tópico, referente à breve apresentação dos resumos destes trabalhos. Dado a variedade de informações, enfatizaremos aqui as estratégias, metodologias e/ou instrumentos pensados pelos pesquisadores para a melhoria do ensino da Matemática em salas de aula inclusivas.

Em termos didáticos, organizamos este subcapítulo em três partes: na primeira parte serão expostas as pesquisas envolvendo estudantes com deficiência visual; a segunda parte será destinada aos trabalhos que tiveram em foco a surdez e no terceiro ponto serão apresentadas as produções que abordaram outros temas envolvendo a educação inclusiva, como por exemplo os transtornos de aprendizagem e a educação indígena.

O ensino da Matemática para cegos

Na dissertação de Tiago Stefanelo e Silva intitulado "Matemática Inclusiva: Ensinando matrizes a deficientes visuais", ele relata um processo de ensino-aprendizagem do conceito de matrizes e suas operações, de um aluno com deficiência visual total, onde utiliza material concreto simples, produzido sem grandes recursos, o que facilita o trabalho dos professores. Faz também relatos da utilização do leitor de tela para Windows "NonVisual Desktop Access" que facilita a resolução dos exercícios, das várias adaptações feitas e dificuldades encontradas durante o processo.

Mylane dos Santos Barreto em sua dissertação "Educação Inclusiva: um estudo de caso na construção do conceito de função polinomial do 1º. grau por alunos cegos utilizando material adaptado", objetiva verificar as possibilidades e dificuldades do uso de películas de policloreto de vinila (PVC), que são utilizadas para reproduzir uma imagem em alto relevo. Pretende verificar de que forma os sistemas auditivo, fonador e háptico devem ser utilizados no processo de ensino e aprendizagem, elaborando uma sequência didática que promova o desenvolvimento cognitivo e potencialidades de alunos cegos.

Thais Elisa Barcelos Abreu em sua pesquisa denominada "O ensino de matemática para alunos com deficiência visual", tem por fim discutir temática da educação de cegos no ensino comum, com foco no ensino de Geometria. Seu trabalho conclui que os materiais manuseáveis e o uso da tecnologia podem facilitar o desenvolvimento das habilidades de visualização dos alunos com deficiência visual.

Maria Aldete de Souza na dissertação "Introdução ao estudo de função para alunos com deficiência visual com o auxílio do multiplano", e Hugleibson Bernardo da Silva em "A utilização do Multiplano no ensino de geometria para alunos do Ensino Fundamental com deficiência visual" e Rawlinson dos Santos Silva em sua dissertação intitulada "A utilização do multiplano no ensino da matemática na Educação Básica: Uma proposta para

a Educação Inclusiva" contemplam em seus trabalhos o uso do multiplano para estudantes cegos e videntes, apontando o recurso como uma possibilidade para o ensino inclusivo da matemática.

A pesquisa "Braille e o ensino da matemática: um desafio aos professores" de Gilcleison Lima de Araújo, teve como foco a inclusão no ensino médio, a partir da análise do grau de domínio do código Braille por parte dos professores e sua opinião a respeito da inclusão de estudantes cegos. O autor faz também uma sistematização da simbologia Braille na matemática do ensino básico e organiza atividades referentes aos conteúdos matemáticos da citada etapa de ensino, com o intuito de facilitar o planejamento das aulas pelo professor.

Jelsoni de Araújo Calixto em sua Dissertação intitulada "Contribuições das Salas de Recursos Multifuncionais para a aprendizagem matemática de alunos cegos e surdos", analisa as contribuições das estratégias de ensino desenvolvidas nestas salas, apresenta um relato dos desafios e dificuldades enfrentados por estes alunos, antes e depois da implantação da Sala de Recurso Multifuncional e do Atendimento Educacional Especializado (AEE), também faz uma reflexão em torno das oportunidades de aprendizagem matemática mediada pelas estratégias de ensino e pelas adaptações específicas as suas deficiências realizadas nestes ambientes.

A Matemática para surdos e deficientes auditivos

Em "Ensino de matemática para surdos e ou cegos", Miguel Luiz Veiga de Oliveira apresenta os padrões que determinam o sinal de Libras e o Braile, a utilização do material concreto e *software* livres no ensino da matemática visando um melhor aprendizado destes estudantes.

Ocivaldo da Silveira Pinheiro em sua Dissertação intitulada "A experiência do professor ouvinte de matemática e o compromisso de uma educação responsável para alunos surdos no município de Laranjal do Jari",

descreve a experiência de uma parceria firmada entre três professores de Matemática com o Centro Acadêmico de Letras da Universidade Federal do Amapá. Esta sociedade resultou em um curso básico em Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS) e a produção de vídeos que ensinam o princípio fundamental da contagem através desta língua.

Charles Castro da Rosa em sua dissertação intitulada "O ensino da matemática através da Libras para o ensino médio", apresenta as dificuldades e avanços para se ensinar matemática na língua de sinais. Sua pesquisa trata mais de uma reflexão sobre a temática, sem produção de materiais específicos para o ensino de surdos.

Assim como Charles Castro da Rosa, o pesquisador Paulo Vitor Pereira no trabalho "A surdez no ambiente escolar: um estudo das representações sociais de professores de matemática, intérpretes e alunos", também não se dedica à produção de algum material pedagógico. O autor analisa como se dá a inclusão do surdo na escola regular, e principalmente como é o ensino de matemática para este público. A partir da análise dos dados da pesquisa, constata que o ensino comum ainda não se adaptou aos surdos, tanto no campo metodológico, na falta de um material didático adaptado, quanto no sistema de avaliação da aprendizagem.

Já Richard dos Santos Arroio em seu trabalho denominado "Ensino de Matemática para alunos surdos com a utilização de recursos visuais", descreve a experiência do uso de recursos visuais para ensinar matemática aos estudantes surdos matriculados na escola comum. A partir de seu relato analisou o funcionamento da estratégia e as necessidades de mudança para que método fosse mais eficaz.

A Matemática e a Educação inclusiva

Odílio Goês de Magalhães em sua Dissertação intitulada "A educação inclusiva e o aluno com deficiência nas Escolas Estaduais Professora Joanira

Del Castillo e Almirante Barroso, no município de Santana - Estado do Amapá: Uma Experiência", apresenta um estudo do ensino de matemática para alunos com deficiência, analisando o serviço de apoio especializado, recursos educacionais, flexibilização do tempo para executar tarefas e avaliações, adaptação no conteúdo curricular, metodologias no planejamento de cada aula a ser ministrada, assim como o emprego de recursos didáticos e de técnicas a fim de assegurar a inclusão social.

A dislexia também foi foco das pesquisas aqui selecionadas. Audino Castelo Branco defendeu a dissertação "A Matemática da Dislexia", na qual investigou contribuições da Arte e da Tecnologia para o ensino da Matemática de estudantes com dislexia. Seu foco foi o uso da sequência de FIBONACCI.

Ana Paula Ferreira Aureliano Lopes em sua Dissertação intitulada "Desenvolvimento atípico: Acesso à educação de qualidade", defende a aprendizagem significativa de funções, sem o uso de fórmulas decoradas, prezando o raciocínio lógico. Sua análise centraliza-se nas potencialidades de estratégias de ensino consideradas "diferenciadas" motivar o estudante, em especial àqueles com Desenvolvimento Atípico.

Mônica Aparecida da Silva em sua Dissertação intitulada "Discalculia e aprendizagem de matemática: Um estudo de caso para análise de possíveis intervenções pedagógicas", realiza um estudo de caso e um levantamento bibliográfico analisando algumas teorias sobre aprendizagem, conceituando algumas dificuldades de aprendizagem e a Discalculia. Objetiva detectar as dificuldades apresentadas pelo aluno diagnosticado com Discalculia, analisa as entrevistas e os avanços na aprendizagem do mesmo.

Douglas Bordinhão dos Santos em sua Dissertação intitulada "Superdotação/Altas Habilidades e Lógica Clássica: Algumas considerações para a Educação Básica", investiga o conceito de superdotação e suas possíveis correlações com a Lógica Clássica, analisa a percepção de cinco professores de Ensino Médio da rede pública de ensino, em relação ao fenômeno da superdotação e à resolução dos exercícios de Lógica Clássica.

Ana Lúcia Oliveira do Couto em sua Dissertação intitulada "O Transtorno do Déficit de Atenção e/ou Hiperatividade (TDAH) e o Ensino da Matemática", analisa os contextos e estruturas de escolas e salas de aula com estudantes com diagnóstico de TDA/H. Discute teoricamente as possibilidades de um ensino de Matemática mais específico e inclusivo.

Renarte Dantas de Araújo em sua Dissertação intitulada "A linguagem matemática para uso em sites de busca ou em ferramentas para portadores de necessidades especiais", aborda algumas peculiaridades envolvendo a escrita matemática que geram diversos problemas de comunicação, a falta de ferramentas tecnológicas simples para se inserir equações matemáticas em um site de busca, as divergências entre a escrita matemática na língua portuguesa e outras línguas bem como inconsistências na notação matemática no Brasil.

O tema educação indígena, em uma perspectiva inclusiva, foi levantado na dissertação de Mara Rykelma da Costa Silva. Seu texto alcunhado de "Educação Matemática no contexto escolar Indígena: experiências de um processo formativo", aborda o panorama histórico a nível nacional e estadual, das leis e políticas públicas nacionais que garantem uma Educação Escolar Indígena diferenciada, trata da formação dos profissionais durante o XI Curso de Formação em Magistério Indígena promovido pela Secretaria de Educação do Estado do Acre, fala da importância da valorização das culturas na Educação.

Após a apresentação dos resumos das dissertações aqui selecionadas, passamos ao terceiro momento do estudo, que trata da elaboração de um panorama geral sobre as produções acadêmicas na área da matemática inclusiva.

Terceiro momento: um panorama das dissertações sobre matemática inclusiva

Averiguamos nesta pesquisa que há um longo caminho a ser trilhado para que o ensino da matemática seja realmente inclusivo. Ou seja, que atenda toda a diversidade de estudantes que a escola tem recebido nos últimos anos.

Na amostra selecionada para a escrita deste artigo é possível afirmar que ainda são poucas as pesquisas que abordam o tema estudado, principalmente se considerarmos que o banco de teses e dissertações da CAPES, nossa fonte de pesquisa, é o maior repositório virtual destas produções científicas.

Outro aspecto que chamou-nos a atenção é referente à dispersão destes trabalhos nas universidades. Os 21 textos estão espalhados por 16 distintas instituições. Esta dispersão indica a necessidade de consolidar a área da matemática inclusiva por meio de grupos de estudos e até formação de linhas pesquisas convergentes ao assunto, uma vez que esta fragilidade nas filiações institucionais contribui para que estes estudos não cheguem de forma eficaz às escolas brasileiras.

Destacamos também que não foram encontradas teses e dissertações acadêmicas a partir do descritor utilizado. Todas as pesquisas foram defendidas em programas de Mestrado Profissional, ou seja, tiveram – em sua maioria - uma preocupação em elaborar materiais, pensar em metodologias e criar recursos que contribuam ao ensino inclusivo. Apesar desta abordagem ser muito necessária, sobretudo aos bancos escolares, o tema da matemática inclusiva é bastante amplo e complexo e, portanto, outras abordagens colaborariam para seu fortalecimento.

Em relação ao público da educação especial abrangido nos trabalhos selecionados, os resultados mostram uma forte inclinação às deficiências sensoriais. Este dado indica a necessidade de que outras áreas sejam mais contempladas. Citamos, como exemplo, o ensino da matemática aos estudantes com deficiência intelectual média e severa, cujo ritmo de aprendizagem e nível cognitivo se distancia substancialmente dos demais acadêmicos. Esta

particularidade precisa ser considerada na escolha dos objetos de estudo, uma vez que há poucos subsídios teóricos e metodológicos para embasar o trabalho docente.

Destacamos a Região Norte com uma quantidade considerável de produções no campo aqui estudado. Cabe este destaque, uma vez que esta região matem apenas 5% dos programas de pós-graduação[3] do Brasil.

Em relação aos resumos das dissertações observamos que – por tratar-se se mestrado profissional – há uma forte tendência destes estudos focarem em materiais adaptados para atender a população com necessidades educacionais especiais. Isto é, não apenas aqueles definidos pela LDB9394/96 como público da educação especial, mas também aqueles cujas particularidades neurológicas exigem algum tipo de adaptação para acessarem o currículo.

Além da adaptação de material, alguns pesquisadores se dedicaram a pensar recursos e métodos para o ensino que atendesse a sala de aula em uma perspectiva inclusiva, que todos os estudantes pudessem se beneficiar.

Não podemos deixar de destacar que todos os trabalhos se dedicaram à reflexão sobre o processo de inclusão nas escolas brasileiras, seja pelo relato de experiência, seja pela pesquisa quantitativa ou mesmo por meio da "instrumentalização" docente. Neste contexto, sublinhamos que a Educação Matemática Inclusiva tem se constituído uma linha de estudos necessária para o pensar e o fazer uma escola que realmente preze pelas ações inclusivas.

Por fim

Obviamente a plena inclusão nas instituições educacionais é um processo longo e não depende apenas de estudos acadêmicos. A formação de uma escola inclusiva passa antes de mais nada por uma sociedade inclusiva. Portanto, é

---

[3] Fonte http://www.capes.gov.br/sala-de-imprensa/noticias/8558-avaliacao-da-capes-aponta-crescimento-da-pos-graduacao-brasileira

preciso ponderar sobre a complexidade desta dinâmica não somente pela via escolar, mas também pelos aspectos culturais, políticos, históricos e econômicos da nossa sociedade.

No que lhe compete, a produção de pesquisas no campo da Educação Matemática Inclusiva, embora a passos lentos, tem contribuído ao desenvolvimento da inclusão de estudantes "especiais". Contudo, em nosso estudo, constamos que ainda é grande a demanda por trabalhos nesta área, sendo necessário maior incentivo do poder público para a constituição e divulgação de estudos na área.

Somente com o esforço coletivo que envolve pesquisas, mudanças estruturais da escola, formação docente adequada é que podemos caminhar rumo a uma escola melhor para todos e um ensino da matemática verdadeiramente inclusivo.

Referências bibliográficas

ABREU, Thais Elisa Barcelos. **O Ensino de Matemática para alunos com Deficiência Visual. 27/08/**2013 86 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca do centro de ciência e tecnologia CCT- UENF.

ARAÚJO, Gilcleison Lima de. **Braille e o ensino da Matemática: Um desafio aos professores. 10/03/**2017 118 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: undefined.

ARAÚJO, Renarte Dantas de. **A linguagem matemática para uso em sites de busca ou em ferramentas para portadores de necessidades especiais.** 25/02/2015 undefined f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DA

PARAÍBA/JOÃO PESSOA, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: undefined.

ARROIO, Richard dos Santos. **Ensino de Matemática para alunos surdos com a utilização de recursos visuais'** 25/03/2013 70 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da UFRRJ.

BARRETO, Mylane dos Santos. **Educação Inclusiva - Um estudo de caso na construção do conceito de função polinomial do 1°. grau por alunos cegos utilizando material adaptado' 12/03/2**013 132 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: biblioteca do centro de ciência e tecnologia CCT - UENF

BRANCO, Audino Castelo. **A Matemática da Dislexia'** 20/02/2015 undefined f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: BC UNICAMP

CALIXTO, Jelsoni de Araújo. **Contribuições das salas de recursos multifuncionais para a aprendizagem matemática de alunos cegos e surdos'** 11/08/2015 44 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Universidade Federal do Acre

COUTO, Ana Lúcia Oliveira do. **O transtorno do déficit de atenção e/ou hiperatividade (TDAH) e o ensino da matemática'** 26/02/2015 90 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Leopoldo Nachbin

LOPES, Ana Paula Ferreira Aureliano. **"Desenvolvimento atípico: Acesso à educação de qualidade"'** 09/06/2016 undefined f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO/ RIBEIRÃO PRETO, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: undefined

MAGALHÃES, Odílio Goês de. **A educação inclusiva e o aluno com deficiência nas Escolas Estaduais Profa Joanira Del Castillo e Almirante Barroso, no Município de Santana - Estado do Amapá: Uma experiência'** 24/09/2016 undefined f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: undefined

OLIVEIRA, Miguel Luiz Veiga de. **Ensino de matemática para surdos e ou cegos'** 18/03/2014 62 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE JUIZ DE FORA, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: BIBLIOTECA CENTRAL DA UFJF

PEREIRA, Paulo Vitor. **A surdez no ambiente escolar: Um estudo das representações sociais de professores de matemática, intérpretes e alunos.'** 24/02/2015 48 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO DO SUL, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: undefined

PINHEIRO, Ocivaldo da Silveira. **A experiência do professor ouvinte de matemática e o compromisso de uma educação responsável para alunos surdos no município de Laranjal do Jari'** 24/09/2016 undefined f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: undefined

ROSA, Charles Castro da. **O ensino da matemática através da Libras para o ensino médio'** 24/09/2016 undefined f. Mestrado Profissional em

Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: undefined

SANTOS, Douglas Bordinhão dos. **Superdotação/altas habilidades e lógica clássica: Algumas considerações para a educação básica'** 08/12/2016 71 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE ESTADUAL DE LONDRINA, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Universidade Estadual de Londrina

SILVA, Hugleibson Bernardo da. **A Utilização do Multiplano no Ensino de Geometria para Alunos do Ensino Fundamental com Deficiência Visual'** 07/08/2015b 62 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: undefined

SILVA, Mara Rykelma da Costa. **Educação Matemática no contexto escolar indígena: Experiências de um processo formativo'** 06/08/2015c 90 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO ACRE, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da Universidade Federal do Acre

SILVA, Mônica Aparecida da. **Discalculia e aprendizagem de matemática: um estudo de caso para análise de possíveis intervenções pedagógicas'** 31/08/2016b 97 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da UFRRJ

SILVA, Rawlinson dos Santos. **A Utilização do multiplano no ensino da matemática na educação básica: Uma proposta para a Educação Inclusiva.'** 26/08/2016a 63 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO TOCANTINS, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Biblioteca do Campus de Palmas "Professor José Torquato Carolino"

SILVA, Tiago Stefanelo e. **Matemática Inclusiva: Ensinando matrizes a deficientes visuais'** 07/08/2015a undefined f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: undefined

SOUZA, Maria Aldete de. **Introdução ao estudo de função para alunos com deficiência visual com o auxílio do multiplano'** 04/04/2015 115 f. Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE FEDERAL DO OESTE DO PARÁ, Rio de Janeiro Biblioteca Depositária: Ruy Barata

Capítulo 2

A Pesquisa em Educação em um curso de formação de professores de Matemática: uma proposta interdisciplinar

Bruna Donato [1]

Em consonância aos demais artigos desse capítulo, esse visa relatar práticas pedagógicas desenvolvidas na disciplina Pesquisa em Educação no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense no que tange à formação docente para a pesquisa científica. Apresentam-se dados sobre uma proposta interdisciplinar de aprendizagem relativa à pesquisa em Educação em um curso de formação inicial de professores tendo como articulação a disciplina de Educação Especial.

Sua relevância em um livro sobre formação de professores está menos atrelada a inovações pedagógicas em si, mas justifica-se pelo papel atribuído à autonomia do professor em formação, que é o aluno da licenciatura, em seu próprio processo formativo, no desenrolar da disciplina, e, considerando-a como ponto central do trabalho pedagógico, descreve-se e reflete-se sobre as ações desenvolvidas ao longo do semestre letivo.

O ato da pesquisa científica exige um processo reflexivo elaborado com base em leituras, descrições, distanciamento da realidade e tratamento

[1] Pedagoga, mestra em Educação e docente dos cursos de licenciatura do Instituto Federal Catarinense, *campus* Rio do Sul. E-mail: bruna.reche@ifc.edu.br.

interpretativo sobre um problema delimitado, a fim de um estudo aprofundado (FIORENTINI, 2004). Ao inseri-lo em curso de formação de professores, a pesquisa científica pode tornar-se um princípio metodológico que permite os alunos construírem a autonomia em seu processo formativo ao questionarem os conhecimentos existentes, ao envolverem-se com saberes de outras áreas e ao construírem suas aprendizagens por meio da interação dialógica (GALIAZZI; MORAES, 2002).

Em uma pesquisa realizada por Lüdke (2012) sobre formação de professores da educação básica e o papel da pesquisa científica nessa formação, a autora constata um estado de tensão entre a exigência de integração da pesquisa na formação de professores nos cursos de licenciatura e a falta de clareza sobre os caminhos sua realização. E assim, não há um consenso sobre como propiciar espaços para o desenvolvimento da pesquisa científica nos cursos de licenciatura, apesar da importância que se atribui a ela no processo de formação docente.

Paoli, em um curto artigo escrito em 1993, discutiu sobre a diferença da formação com pesquisa e a formação para a pesquisa, tratando-os como:

> [...] a formação com pesquisa implica na produção de um conhecimento que seja novo para o estudante e não necessariamente para a área. A formação para a pesquisa implica certo domínio quase exaustivo das explicações e teorias já existentes numa determinada área (p. 14).

Próximo ao entendimento de que pesquisa na licenciatura implica a produção de conhecimentos novos e significativos aos alunos relativos ao trabalho docente, o relato deste artigo, trata de um caminho percorrido, dentro dos limites e das possibilidades, da disciplina Pesquisa em Educação ministrada.

Uma proposta interdisciplinar de Pesquisa em Educação na formação de professores de Matemática

A disciplina de que trata esse artigo, está vinculada ao sexto semestre do curso e propõe o debate sobre ciência e conhecimento, bem como a atitude e a pesquisa em Educação, tendo a carga horária distribuída em 30 horas teóricas e 30 horas de atividades práticas pelos alunos. Para que tanto, definiu-se como objetivo geral compreender os procedimentos teóricos, epistemológicos e metodológicos da Pesquisa Científica, por meio da pesquisa sobre o ambiente escolar, para aprimorar a capacidade crítica, produtiva e investigativa do aluno.

Tendo como base o conceito de pesquisa científica como um "[...] procedimento reflexivo sistemático, controlado e crítico, que permite descobrir novos fatos ou dados, relações ou leis, em qualquer campo do conhecimento" (ANDER-EGG, 1978 *apud* MARCONI; LAKATOS, 2016, p. 1), acredita-se que, ao proporcionar espaços de reflexão sobre a prática do trabalho docente e seus desafios, por meio da revisão teórica e pesquisa científica, contribui-se para a construção de um perfil docente reflexivo, que se utiliza da pesquisa para aprimorar seu trabalho, para ampliar seus saberes em relação à docência e que por ela se mantém em constante formação. Tal como afirma Nóvoa (2015, p. 271) ao tratar a pesquisa como fundamento na formação de professores, consolidando a relação educação e ciência, formação e pesquisa:

> [...] enriquecendo a vida universitária num duplo sentido: por um lado, construindo uma educação de base, que dê a cada um os instrumentos de conhecimento e de autoconhecimento, de desenvolvimento de uma vida plena também na relação com o trabalho; por outro lado, realizando um esforço para levar a pesquisa até um público mais alargado, de modo a ligar a reflexão científica aos debates públicos sobre educação.

Assim, iniciou-se a disciplina com perguntas diagnósticas em relação às demais cursadas anteriormente que remetessem à metodologia de pesquisa e pesquisa científica, bem como experiências discentes com o processo científico de conhecimento. Contatou-se que, dos treze alunos nela matriculados, a maioria participou ou estava participando do *Programa Institucional de Bolsas*

de Iniciação à Docência (*PIBID*), o que contribuiu de modo significativo para a experiência do observar o trabalho docente escolar, intervir, relatar e construir o conhecimento pedagógico durante a inserção na realidade educativa.

Acredita-se que participação dos alunos no PIBID, foi fundamental para a execução da proposta, pois, como explica Paniargo e Sarmento (2017) esse programa tem como objetivo a vivência de professores em formação da prática docente ao longo da licenciatura, de modo a enriquecer a articulação teoria e prática, a produção de conhecimentos e o desenvolvimento de alunos questionadores, com posturas investigativas sobre o cotidiano escolar e mais preparados para lidar com os desafios do trabalho docente.

Além disso, todos haviam cursado a disciplina de Metodologia de Pesquisa, no entanto, lembravam-se, apenas, do papel da normalização em trabalhos acadêmicos, não se recordando de terem escrito projetos ou demais trabalhos de cunho científico. Por isso, começou-se a pensar na proposta da construção de projetos e relatórios de pesquisa em grupos, cujo foco estivesse no trabalho pedagógico do professor de matemática, utilizando-se da metodologia da Pesquisa Social em Educação para aprimorar o objetivo da disciplina, ao compreendê-la como "[...] processo que, utilizando a metodologia científica, permite a obtenção de novos conhecimentos no campo da realidade social" (GIL, 2012 p. 26).

Ainda que, ao considerar o tempo disponível, os recursos e a pouca experiência prática de pesquisa dos alunos, acreditou ser fundamental proporcionar essa experiência a eles, pois, além de ser uma turma engajada e muito reflexiva sobre a formação que a eles estava sendo proporcionada, de suas experiências anteriores em sala de aula, enquanto docentes ou participantes do PIBID, ou mesmo de reflexões teóricas oriundas das disciplinas cursadas até o momento, muitas questões surgiram em relação ao magistério em matemática e que poderiam ser tratadas por meio de uma pesquisa de cunho científico.

Determinou-se, assim, que a escolha do tema seria consensual entre os alunos diante de uma curiosidade em seus processos formativos, cujos elementos pudessem contribuir para a construção do que é ser docente em matemática. Assim como apregoa Nóvoa (2015), é preciso trabalhar nas fronteiras de vários conhecimentos e relacionar perspectivas distintas para se compreender os fenômenos educativos. Para tanto, a disciplina de Educação Especial foi considerada por eles como a mais provocadora daquele semestre, pois lhes suscitava quebras de paradigmas e novas reflexões sobre sujeitos, sociedade e educação que requeriam maior tempo do que o disponibilizado em sala de aula.

Ao contrário de outras áreas científicas, a pesquisa na educação é uma atividade humana indissociável aos valores, preferências, interesses e princípios norteadores do pesquisador. Assim, esse sujeito, inserido em um espaço e tempo determinados e, participante de um grupo social específico, reflete em seu trabalho de pesquisa os valores e os princípios considerados importantes naquela sociedade e naquela época (LÜDKE; ANDRÉ, 2015, p. 3).

A princípio, não foi determinado que o tema estivesse vinculado às disciplinas do mesmo semestre letivo, mas compreendeu-se que, diante dos tópicos sobre dificuldades de aprendizagem, deficiências e transtornos que estavam trabalhando, afirmaram que o trabalho de pesquisa científica que desenvolveriam poderia se beneficiar tanto da curiosidade incitada pelo assunto, quanto do aporte teórico e orientação que a professora da disciplina de Educação Especial na execução da atividade.

Quando foi proposto que indicassem um tema pertinente ao processo pessoal de formação docente por meio da discussão e consenso, lembraram-se da última aula de Educação Especial e de transtornos específicos de aprendizagem. Assim, decidiram que gostariam de estudar especificamente a Discalculia e definiram como tema de seus projetos de pesquisa o desenvolvimento da aprendizagem da matemática em alunos com Discalculia.

Como o foco da proposta esteve atrelado ao trabalho docente, delimitamos como problema de pesquisa: qual o papel do professor de

matemática no processo de ensino e aprendizagem de alunos com Discalculia? Considerando o tema e o problema de pesquisa em comum a todos, os alunos se dividiram em cinco grupos e definiram objetivos geral e específicos a serem alcançados em seus processos de pesquisa, de acordo com o interesse coletivo com os membros de seus grupos.

Importante destacar que, em comum, todos os trabalhos tiveram como predominância a abordagem qualitativa, que optaram pelo método hipotético-dedutivo (PRODANOV; FREITAS, 2013) ou hermenêutico-dialético de Minayo, Assis e Souza (2006), para o levantamento de dados empíricos, que para a análise dos dados optou-se pelo método da triangulação de dados (MINAYO, 2002), que o levantamento documental foi feito por meio da leitura da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, da Base Nacional Comum Curricular e das Diretrizes Nacionais para a Educação Especial na Educação Básica e que o levantamento bibliográfico, quando não em livros específicos, foi feito no portal de teses e dissertações da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pela plataforma do SciELO (*Scientific Electronic Library Online*) e/ou Google Acadêmico. A seguir, apresentam-se as especificações sobre cada objetivo geral, procedimentos metodológicos e resultados obtidos pelos cinco grupos.

O processo de pesquisa: caminhos metodológicos, resultados encontrados pelos alunos e compartilhamento de saberes

Sobre pesquisa científica e docência, o educador inglês John Elliott tem apontado a necessidade do desenvolvimento de pesquisa mais próxima às necessidades e às peculiaridades do trabalho docente, mais ativa e interativa do que a pesquisa desenvolvida pela academia, por meio da aproximação entre a contribuição da pesquisa e os problemas vividos pelo professor em seu trabalho (LÜDKE, 2012).

Assim, os professores em formação, divididos em cinco grupos, relacionaram suas pesquisas com questões atreladas à prática docente.

Um grupo se propôs a averiguar as compreensões dos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática do IFC – *Campus* Rio do Sul sobre as especificidades de estudantes diagnosticados com Discalculia. Para isso, realizaram uma pesquisa de campo com levantamento de dados por meio de um questionário aplicado aos acadêmicos de diferentes fases (2ª, 4ª e 8ª) do curso, por meio do *Google Forms* e *e-mail*. O estudo se delimitou como exploratório-explicativo. Escolheram como método de pesquisa, o hipotético-dedutivo e para a análise dos dados a estratégia de triangulação de dados.

Ademais, para aprofundar a discussão sobre a relação da aprendizagem da matemática com a Discalculia, apresentaram uma reflexão sobre o estudante enquanto sujeito ontológico-epistêmico com base nos livros A epistemologia de Gaston Bachelard e Para uma ontologia do ser social de György Lukács, cujo resultado teórico, apresentado na sequência em trechos do relatório final, revelou o entendimento de que "*o papel do professor implica em mediatizar epistemologicamente as interações do sujeito e objeto*" ao compreender a maneira como o estudante "*percebe o fenômeno, para que passe a ocorrer de maneira racional, acreditando que todos têm possibilidade de aprender*".

Refletiram também que "*cada estudante traz para a sala de aula sua visão de mundo, constituída a partir de seus conhecimentos empíricos, sua cultura, suas interações com o meio. Tudo isso atribui significados e interpretações únicas para a compreensão do objeto do conhecimento estudado. Assim, conclui-se que o estudante não é uma "tabula rasa" do ponto de vista da cognição"*. Nesse sentido, "*é também papel do professor conhecer e considerar as especificidades de cada estudante para alcançar o objetivo do processo ensino-aprendizagem*".

Os resultados obtidos por esse grupo "*mostrou aos seus autores que um curso de licenciatura, muitas vezes, pode carecer de espaços que discutam o processo de ensino e aprendizagem e especificamente às dificuldades que os estudantes podem ter ao longo desse trajeto, ao tratar do tema Discalculia e*

sua concepção para acadêmicos do curso". Ademais, afirmara que "*É notável a contribuição desta pesquisa no que diz a respeito ao preenchimento, para os autores, das lacunas formativas destacadas nos capítulos anteriores. Haja vista que este foi o espaço para a discussão e aprofundamento teórico de uma especificidade de aprendizagem, a Discalculia. Isto porque as reflexões propostas por este trabalho podem contribuir para melhorar o curso, decorrente da importância do debate sobre as especificidades da Discalculia que dizem respeito ao ensino de matemática*".

Um segundo grupo teve como objetivo geral compreender a contribuição dos jogos matemáticos para o desenvolvimento da lógica matemática em alunos com Discalculia, com base no trabalho do Núcleo de Atendimento às Pessoas com Necessidades Específicas (NAPNE) do Instituto Federal Catarinense *campus* Rio do Sul em conjunto com o profissional do Atendimento Educacional Especializado (AEE). Caracterizando-se como um estudo exploratório-explicativo, realizaram uma pesquisa bibliográfica sobre o jogo e a aprendizagem matemática, na tentativa de relaciona-la com as especificidades da Discalculia e também entrevistas semiestruturadas com uma aluna do ensino médio, diagnosticada com Discalculia, e com a coordenadora do NAPNE.

Escolheram como método de pesquisa o hermenêutico-dialético e para a análise dos dados optaram também pela abordagem da triangulação de dados. Os resultados apontaram que, segundo trechos retirados do relatório, "*os jogos pedagógicos auxiliam no desenvolvimento da lógica matemática, melhoram o aprendizado de todos os alunos na sala de aula, é uma importante atividade para o desenvolvimento psicomotor das crianças*". Ademais, a interpretação dos dados "*permitiu concluir que, se o professor compreender as dificuldades por que passa o aluno, ele pode, com pequenas mudanças, transformar a vida desse estudante por meio da aprendizagem. Ao contar com o apoio de um núcleo, como o NAPNE, ou como um professor de AEE, o professor conseguirá transpor sua matéria em meios de aprender*".

Concluíram o trabalho afirmando que a "*utilização de jogos, para auxiliar alunos com Discalculia a compreender a lógica matemática é válida. Quando utilizamos corretamente e com finalidades adequadas aos objetivos desejados, conseguimos desenvolver a lógica e a compreensão matemática, não apenas em alunos com Discalculia ou outro transtorno de aprendizagem, mas em todos os alunos. Isso acontece por razões que vão além do simples prazer que o jogo proporciona, são por motivos de desenvolvimentos psicomotores, que ocorrem ao longo da vida das crianças no qual o jogo educativo ajuda a desenvolver*".

Um terceiro grupo delimitou como objetivo geral compreender os saberes dos professores de Matemática do IFC *campus* Rio do Sul, relativos ao processo de ensino e aprendizagem de alunos com Discalculia. O estudo se delimitou como exploratório-descritivo com aplicação de questionários aos professores dos cursos superiores do IFC formados em matemática, encaminhado pelo *Google Forms*. Optaram também pelo método hipotético-dedutivo e análise dos dados abordagem da triangulação dos dados.

Em seus resultados, puderem perceber que as hipóteses prévias sobre a falta de conhecimento dos professores pesquisados em relação à Discalculia foram negadas. A maioria dos professores pesquisados demonstrou conhecimento em relação a este transtorno e meios de atuação em relação aos alunos. Como afirmaram no relatório: "*Os docentes relataram algumas metodologias, tendências e estratégias pedagógicas, que segundo suas concepções facilitariam o ensino, como a resolução de problemas, jogos e materiais concretos. Através dessas diferenciações o aluno com Discalculia terá condições adequadas de aprendizado e poderá se desenvolver como as demais crianças de sua sala de aula*".

Além disso, afirmam que "*não só cabem ao professor* (proporcionar um ambiente de aprendizagem aos alunos com Discalculia), *mas a todos os envolvidos direta ou indiretamente no processo. Porém o professor tem um papel fundamental, pois ele é o mediador desse processo, então cabe a ele buscar meios e práticas pedagógicas que envolvam este aluno com Discalculia*".

Para eles, a pesquisa contribuiu para que percebessem que "*ainda que tenhamos pouco conhecimento sobre transtornos de aprendizagem não podemos deixar que isso afete nossa prática e nossos discentes*".

Um quarto grupo pretendeu como objetivo geral apontar as contribuições do material dourado de Maria Montessori no processo de aprendizagem de matemática de alunos com Discalculia. O estudo, exploratório-descritivo, delimitou-se de cunho bibliográfico com levantamento de dados teóricos sobre Discalculia e aprendizagem matemática por meio do material dourado. Para isso, usaram as plataformas SciELO e Banco de teses e dissertações da CAPES como meios, tendo como palavras-chave, material dourado, Maria Montessori, construtivismo e Jean Piaget como propulsoras do trabalho.

Para eles, a justificativa dessa pesquisa estava relacionada ao "*anseio de entender as especificidades da docência, sobretudo ao processo de ensino e aprendizagem, aliadas às lacunas percebidas durante o curso de formação inicial de professores, levou os pesquisadores a realização de uma pesquisa de cunho bibliográfico sobre as especificidades de aprendizagem de alunos com Discalculia, uma vez que ela está relacionada intrinsecamente à matemática*".

Como resultados da pesquisa, os alunos obtiveram que "*materiais concretos são de suma importância para a aprendizagem dos alunos, independente de possuir ou não uma dificuldade, pois eles partem do concreto para o abstrato e conseguem interpretar e assimilar com mais facilidade o conteúdo apresentado*", "*saindo do concreto, o material dourado, e indo para o abstrato, os cálculos mentais ou usando lápis e papel*". O material dourado pode também ser usado como "*um instrumento avaliativo para investigar e diagnosticar até onde essa criança sabe e o quanto ela avançou no processo, e também para consolidar o que aprendeu*".

O quinto grupo determinou como objetivo geral compreender as adaptações pedagógicas no ensino da Matemática de alunos com Discalculia matriculados no Ensino Médio do Instituto Federal Catarinense, *campus* Rio do Sul, ao considerar as diretrizes referentes à Educação Profissional Técnica de Nível Médio e Educação Especial contidas na Lei de Diretrizes e Bases da

Educação Nacional 9.394 de 1996. Sendo um estudo exploratório-descritivo, desenvolveram uma pesquisa documental e entrevista com um professor formado em Matemática atuante no ensino médio com alunos diagnosticados com Discalculia. Tiveram como base a metodologia hermenêutico-dialética e para análise de dados também optaram pela abordagem da triangulação de dados.

Concluíram o trabalho afirmando que a pesquisa documental contribuiu para a compreensão da "*importância do conhecimento das diretrizes norteadoras da prática reflexiva, inclusiva e significativa, buscando a equidade, neste viés a importância do trabalho em sala*" e que foi validado pela entrevista com a professora.

Com essa descrição, acredita-se ter possibilitado a visualização dos resultados obtidos pelos cinco grupos ao longo da disciplina de Pesquisa em Educação. No entanto, a ênfase deste relato está no processo pelo qual todos os alunos percorreram.

Nóvoa (2015), mais uma vez, contribui nesta reflexão ao afirmar que é, ao invés da excelência da pesquisa na formação de professores, que separa os melhores dos outros, é importante trata-la no debate e na cultura, tendo como base a concepção de que na contemporaneidade, é fundamental que cursos de licenciatura possibilitem o acesso de todos ao conhecimento científico e a valorização, não apenas da ciência, mas da cultura científica.

Assim, focando no processo percorrido ao longo do semestre letivo, três pontos são importantes de menção: 1. Optou-se, em conjunto com os alunos, por desenvolver tanto as horas teóricas quanto as práticas da disciplina em laboratório de informática. Como a maioria dos trabalhos foram escritos na plataforma do *Google Docs*, não houve a exigência de todos os alunos estarem presentes em sala de aula durante as horas práticas, pois havia a possibilidade de permanecerem *online* na plataforma e no grupo da turma criado no aplicativo *Whatsapp* que, aliás, foi instrumento importante para a troca de textos e informações restritos à pesquisa desenvolvida.

II. Ao longo do processo de elaboração, coleta e análise dos dados e a escrita do relatório, os momentos em sala de aula ora permearam o debate sobre a temática, ora em orientações pontuais sobre os procedimentos metodológicos, tendo como prerrogativa que a formação docente se constrói em conjunto com os demais e nunca de forma individualizada e competitiva.

Diniz-Pereira (2015) aponta que estudiosos em vários países defendem a pesquisa colaborativa na formação de professores na tentativa de superar o isolamento e o individualismo do trabalho docente: "[...] mudanças estruturais e culturais na escola promoverão, inevitavelmente, transformações em outras esferas educacionais [e concepções] sobre a docência, o que é ensinar, o que é ser professor" (p. 139) (grifos meus).

III. A participação e orientação de outros professores da licenciatura, especialmente os envolvidos com o PIBID, foi fundamental para o êxito do trabalho. A compreensão de que o espaço de formação de professores deve permear conhecimentos práticos, pedagógicos e científicos e possibilitar a crítica e reflexão sobre o trabalho docente, independente da especificidade do curso, tal como é afirmada por Rios (2008), culminou no intuito de proporcionar a estes alunos um espaço profícuo para formação da autonomia, do trabalho compartilhado e do conhecimento científico, refletido nas palavras de Nóvoa (2015, p. 271):

> [...] não se pode conhecer fora das possibilidades da ciência em que se conhece. É por isso que precisamos alargar o repertório da nossa ciência, dos pontos de vista teórico e metodológico. Alargar o espectro das nossas maneiras de pensar e de falar sobre educação. Aprofundar o nosso compromisso com a inclusão, a educação e a cultura. É para isso que serve a pesquisa educacional.

Assim, a maioria dos textos encontrados sobre o conceito de Discalculia, transtornos de aprendizagem, formação docente e especificidades da formação em um curso de licenciatura em matemática foram disponibilizados de um grupo a outro, todos os temas foram debatidos em conjunto e analisados pelos demais, as inquietações recorrentes ao processo de construção da pesquisa e

seus reflexos na formação desses sujeitos foram dialogadas e refletidas em conjunto.

Tendo a certeza da contribuição da disciplina de Educação Especial, que em determinados momentos abriu espaço em sua ementa para tratar as questões trazidas pelos alunos em relação à teoria estudada, o produto foi o relatório final de suas pesquisas, mas a qualidade do processo de construção, permeada pelo impacto que essa proposta traria a suas formações, foi o principal objetivo docente. E assim, a concepção da pesquisa em Educação num curso de formação de professores como: "[...] um recurso quase imediato para o enfrentamento dos problemas da escola, cedeu lugar a uma perspectiva de conhecimento que contribuí com um modo de entender e de procurar enfrentar os desafios por meio dos recursos oferecidos pela pesquisa científica" (LÜDKE, 2012, p. 640).

Após quatro meses, com os relatórios finalizados, a turma convidou os demais professores do curso, especialmente a professora da disciplina de Educação Especial, a coordenação do curso e a direção de ensino da instituição para assistirem suas apresentações em forma de seminário e posteriormente arguição, cujo desdobramento resultou mais em uma conversa orientada sobre os processos formativos pelos quais os professores da instituição passaram e pelos quais os professores em formação estavam construindo.

Um momento em que a verticalização dos papéis ocorreu de modo ímpar, atrelada à concepção da docência enquanto profissão que se constrói com os demais na discussão sobre os desafios e práticas e na intenção de se construir com os participantes "[...] uma cultura de debate e de crítica, marcada pela interação, pelo diálogo, pela leitura conjunta dos nossos trabalhos, pela capacidade de nos envolvermos numa conversa intelectual com os outros" (NÓVOA, 2015 p. 270).

Aprendemos muito, todos nós, que o processo formativo proporcionado pela pesquisa científica não se limita a respostas de um problema de pesquisa inicial, mas sim, por meio delas, contribui-se para o alargamento da compreensão da área que se estuda. Ainda que o tempo destinado a essa

pesquisa tenha sido de cinco meses e, diante disso, está-se ciente de que muito faltou para se chegar próximo ao desafio que é conduzir uma pesquisa fundamentada e aprofundada diante dos métodos escolhidos, credita-se à disponibilidade e ao empenho dos alunos envolvidos no comprometimento de tornarem-se melhores diante dos desafios propostos. Longe de esgotar as possibilidades da pesquisa científica e da pretensão de torna-los pesquisadores, a proposta foi de apresentar-lhes a pesquisa científica como aliada à docência comprometida com práticas inclusivas e fundamentadas. Acredita-se ter alcançado.

Considerações finais

A pesquisa científica na formação de professores é fundamental para a construção da docência engajada no aprofundamento teórico diante da prática e dos desafios, superando o senso comum e provocando a crítica e a reflexão fundamentada.

Esse relato de experiência pretendeu descrever e refletir sobre práticas pedagógicas na disciplina Pesquisa em Educação no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense, *campus* Rio do Sul, pensadas e articuladas com outras disciplinas do semestre letivo, especialmente a Educação Especial, e outros professores, direta ou indiretamente, que visou, para além de relatórios de pesquisa, a comunicação e a troca de saberes e experiências que pudessem proporcionar aos alunos, professores em formação, um espaço de aprofundamento teórico e prático sobre a profissão docente em matemática.

Visou-se demonstrar o quão articulado e debatido foram os procedimentos pedagógicos diante de uma ementa de ensino em confluência e consenso com as perspectivas dos alunos. O intuito deles foi compreender o papel do professor de matemática no processo de ensino e aprendizagem de alunos com Discalculia. Acredito que tenham alcançado. O objetivo do docente, para além da resolução do problema de pesquisa, foi o de

proporcionar um ambiente acolhedor, de compartilhamento de saberes e de verticalização das relações no estímulo à construção da profissão do professor de matemática tendo a pesquisa científica como elemento articulador.

A defesa da pesquisa científica na formação inicial docente em cursos de licenciatura é defesa de muitos pesquisadores. Mas sabe-se que, nem sempre os fatores imbrincados nesse processo como instituição, experiências prévias com pesquisa, acervo teórico disponível, tempo destinado ao desenvolvimento da pesquisa e professores articulados, entre outros, contribuem para sua prática. O trabalho desenvolvido foco deste relato, ao contrário, pôde contar com muitos deles, sobretudo, com a participação de outros professores do curso no intuito da formação docente articulada, fundamentada e crítica. Essa atitude foi substancial para todo o trabalho desenvolvido.

Deseja-se que muitas sejam as oportunidades de os alunos, de modo geral, envolverem-se com os percursos formativos baseados na ciência e na pesquisa científica ao longo do processo contínuo de formação e espera-se, assim, ter proporcionado espaço para o desenvolvimento de uma prática autônoma articulada com as demais disciplinas curriculares e também com a experiência e a curiosidade oriunda do trabalho docente.

Referências

DINIZ-PEREIRA, Júlio Emílio. A construção social do individualismo na profissão docente: como transcender as fronteiras tradicionais da identidade dos professores?. **Revista educacional** PUC-Campinas, Campinas, maio/ago., 2015, p. 127-142.

FIORENTINI, D. A didática e a prática de ensino mediadas pela investigação sobre a prática. In: ROMANOWSKI, Joana; MARTINS, Pura; JUNQUEIRA, Sérgio (Orgs.). **Conhecimento local e conhecimento universal**: pesquisa, didática e ação docente. Curitiba: Champagnat, v. 1, p. 243-258, 2004.

GALIAZZI, Maria do Carmo; MORAES, Roque. Educação pelas pesquisas como modo, tempo e espaço de qualificação da formação de professores de ciências. **Ciência & Educação**, v. 8, n. 2, p. 237-252, 2002.

GIL, Antônio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. São Paulo: Atlas, 2015.

LÜDKE, Menga. Desafios para a pesquisa em formação de professores. **Revista Diálogo Educacional**. Curitiba, v. 12, n. 37, p.629-646, set/dez. 2012.

_____; ANDRÉ, Marli. **A pesquisa em Educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. **Técnicas de Pesquisa**: planejamento e execução de pesquisas; amostragens e técnicas de pesquisa; elaboração, análise e interpretação de dados. São Paulo: Atlas, 2016.

MINAYO, M. C. S.; ASSIS, S. G.; SOUZA, E. R. (Orgs.). **Avaliação por triangulação de métodos** – abordagens de programas sociais. Rio de Janeiro: FIOCRUZ, 2006.

_____. Hermenêutica-dialética como caminho do pensamento social. In: MINAYO, Maria Cecília de Souza; DESLANDES, Suely Ferreira (Orgs.). **Caminhos do pensamento**: epistemologia e método. Rio de Janeiro: Fiocruz, 2002, p. 83-107.

NÓVOA, Antônio. Em busca da liberdade nas universidades: para que serve a pesquisa em Educação? **Educação em Pesquisa**, v. 41, n. 1, p. 263-272, jan./mar. 2015.

PANIARGO, Rosenilde Nogueira; SARMENTO, Teresa. A Formação na e para a Pesquisa no PIBID: possibilidades e fragilidades. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 42, n. 2, p. 771-792, abr./jun. 2017.

PAOLI, Niuvenius Junqueira. Elementos para uma proposta de padrão de trabalho em nível de graduação: ensino com pesquisa. In: Seminário Paranaense de Licenciaturas, Maringá, UEM, 1993. **Conferência proferida no Seminário Paranaense de Licenciaturas, Maringá, UEM, 1993**. Disponível em: <http://moodle.stoa.usp.br/file.php/1222/texto_ensinar_com_pesquisa_niuvenius.pdf>. Acesso em: 03 fev. 2018.

PRODANOV, Cleber Cristiano. **Metodologia do trabalho científico**: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.

RIOS, Terezinha Azevêdo. **Compreender e ensinar:** Por uma Docência da Melhor Qualidade. 7 ed. São Paulo: Cortez, 2008.

Capítulo 3

Vivenciando a investigação matemática na elaboração dos conceitos de fração a partir do uso do tangram

Taise Kock[2]
Patrícia de Souza Fiamoncini[3]
Marizoli Regueira Schneider[4]
Ruy Piehowiak[5]

Apresenta-se no capítulo o relato de uma prática de Investigação Matemática, desenvolvida com estudantes dos anos finais do ensino fundamental da educação básica, em uma instituição pública de ensino, no sul do Brasil, durante a uma ação realizada através do PIBID. A principal pergunta da investigação foi: como descobrir quanto vale (em fração) cada peça do tangram? Por meio de investigação, os estudantes trabalharam com matérias manipulativos, recortando, olhando e explorando, e assim puderam realizar uma atividade

[2] Graduada em Matemática (IFC). Professora do Colégio Sinodal Ruy Barbosa – Rio do Sul. E-mail: taisekock@gmail.com
[3] Licenciada em Matemática no IFC – Rio do Sul. E-mail: patyfiamoncini@gmail.com
[4] Doutora em Educação Científica e Tecnológica (UFSC); Mestre em Educação em Ciências e Matemática (PUCRS); GEEMat – Grupo de Estudos em Educação Matemática. Professora do Instituto Federal Catarinense – *Campus* Rio do Sul. E-mail: marizoli.schneider@ifc.edu.br
[5] Especialização em Metodologia do Ensino de Matemática (UNIDAVI/FURB). Professor do Instituto Federal Catarinense – *Campus* Rio do Sul. E-mail: ruy.piehowiak@ifc.edu.br

investigativa, de modo a serem instigados a atuar como sujeitos na criação da Matemática.

Considerações Iniciais

A matemática sempre foi vista como vilã por muitos estudantes, e se tornou tarefa árdua e desafiadora fazendo com que educadores busquem novas metodologias de ação, igualmente para tornar o processo de ensino e aprendizagem mais prazeroso e atrativo. A tendência de investigação matemática busca contribuir, e colocar educador e estudante no ofício de investigadores, pesquisadores, desbravadores do conhecimento matemático.

Investigar é observar, buscar, procurar, descobrir. Investigação matemática é explorar e perceber algo matemático que por vezes está implícito. Investigar requer paciência, tempo, vontade e determinação. Percebe-se que investigar vai além de procurar aquilo que está pronto, é algo inacabado, está sempre em processo de construção.

O dicionário de língua portuguesa (FERREIRA, 2010, p.438) define investigar como "v.t. Seguir os vestígios de; pesquisar. / Dir. Proceder a diligências; empenhar-se em descobrir: investigar a autoria de um crime". E ainda define investigação como "s.f. Verificação de um fato por meio de informes obtidos em diversas fontes. / Indagação pormenorizada. / Inquirição. / Pesquisa".

A escolha em trabalhar com investigação matemática baseia-se por ser uma tendência em educação matemática que faz o estudante pensar, indagar, buscar e justificar aquilo que ele tomou como verdade. A investigação matemática instiga o estudante a ser um pesquisador. Ponte (2010, p.35) diz que:

> Na verdade, na sua essência, "investigar" consiste em procurar compreender algo de modo aprofundado, tentar encontrar soluções adequadas para os problemas com que nos deparamos. Trata-se de uma capacidade de primeira importância

> para todos os cidadãos, que deve permear todo o trabalho da escola, tanto dos estudantes como dos professores.

Assim há a compreensão de que tanto o estudante quanto o educador podem ser investigadores buscando a harmonia das ações e a complementação das atividades, o educador instiga o estudante a ser questionador e reflexivo e o estudante por sua vez participa ampliando seu conhecimento.

O aprendizado da matemática não pode ser restringido à compreensão do conhecimento pronto, e sim permitir ao estudante ter a aptidão de fazer conjecturas e efetuar investigação de natureza matemática. Dessa forma, percebe-se a matemática e a sua finalidade na percepção do mundo, e na sua interferência sobre o mundo. É necessário investigar para aprender matemática e assim, se apaixonar por suas peculiaridades, encontrando seu verdadeiro sentido (BRAUMANN, 2002).

Em todas as etapas da vida o homem passa por momento de aprendizado, e na sua maioria precisa da prática da investigação para se apropriar e explorar as possíveis respostas transformando em novos conhecimentos, aprendendo.

> Aprender Matemática sem forte intervenção da sua faceta investigativa é como tentar aprender a andar de bicicleta vendo os outros andar e recebendo informação sobre como o conseguem. Isso não chega. Para verdadeiramente aprender é preciso montar a bicicleta e andar, fazendo erros e aprendendo com eles (BRAUMANN, 2002, p.1).

Assim, podemos compreender que, para aprender matemática, educador e estudante precisam estar inseridos em todos os processos, investigando, pesquisando, construindo e desconstruindo conceitos, de modo que na experimentação e no exercício da matemática o estudante aproprie-se dos conhecimentos.

Contexto da Pesquisa

A atividade de investigação foi desenvolvida em uma escola da rede estadual de educação no estado de Santa Catarina, onde a atuação junto aos grupos foi realizada enquanto bolsistas do projeto PIBID, que contempla a possibilidade de trabalhar os conteúdos matemáticos com os estudantes, monitorados por educadores. Optou-se por desenvolver a ação investigativa com dois grupos de estudantes dos oitavos anos do ensino fundamental (um com cinco e outro com seis estudantes) na escola, para a qual foram ministradas aulas de reforço escolar, sempre no contra turno.

Foram desenvolvidas com os grupos práticas na busca por apresentar a matemática com abordagem mais dinâmica e inserida no cotidiano dos estudantes, em especial a partir de atividades lúdicas, jogos e materiais manipuláveis. Tais atividades despertaram maior interesse dos estudantes, e também foi perceptível a ampliação do tempo e espaço de ensino e aprendizagem que tornaram os encontros, mais produtivos e agradáveis.

> [...] Numa aula de investigação matemática, tal como em qualquer outra, tudo o que acontece depende em boa medida do professor e dos estudantes. O professor precisa conhecer bem seus estudantes e estabelecer com eles um bom ambiente de aprendizagem para que as investigações possam ser realizadas com sucesso [...] (PONTE, 2010, p. 53).

Tendo por norte tais conjecturas e a atividade investigativa por tendência norteadora, procurou-se nas atividades desenvolvidas nos momentos que antecederam a prática conhecer os estudantes, verificar a possibilidade da inserção da prática de investigação, preparando-os para a efetivação das ações.

O objetivo do trabalho foi o de analisar como o educador matemático pode desenvolver uma aula utilizando a tendência de investigação matemática e como esta atividade pode contribuir para a (re)construção dos conceitos (SCHNEIDER; CUSTÓDIO, 2015) de fração, utilizando o quebra-cabeça tangram.

Optou-se por utilizar o clássico quebra-cabeça tangram por ser algo manipulável e visual e ainda pouco explorado para explicar o conteúdo de fração. O propósito da atividade investigativa foi que cada estudante descobrisse qual fração representa cada peça do tangram em relação ao quebra-cabeça inteiro. O conteúdo escolhido foi fração, pois, em conversas com a educadora regente da disciplina, houve relatos de que os estudantes possuíam muita dificuldade de sistematizar este conhecimento.

Segundo Souza (2008) o tangram é um material manipulável de representações geométricas, que permite ao educador matemático investigar inúmeros conceitos e aplicá-lo como ferramenta de estudo em diversas didáticas. Por exemplo, no estudo de frações, e demais conteúdos do currículo, servindo de apoio para o educador instigar seus estudantes no desenvolvimento de seu pensar matemático, assim como estimular habilidades implícitas ainda inexploradas.

Para a prática de uma atividade de investigação, alguns passos são cruciais para o sucesso segundo os autores. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 21) os passos são:

1) Exploração e formulação de questões;
2) Formulação de conjecturas;
3) Testes e, eventualmente reformulação das conjecturas;
4) Argumentação. Justificação e avaliação do trabalho realizado.

Ainda segundo Ponte (2006), embora esses passos pré-determinados; nem sempre vem obrigatoriamente de forma ordenada, ou seja, muitas vezes em atividades investigativas, haverá momentos que eles acontecerão em conjunto, como à exploração da questão e formulação de conjecturas, ou mesmo as reformulações e testes, essa ordem varia conforme a atividade e ou o grupo que investiga.

Na continuidade, sobre as aulas de ordem investigativa Ponte (2006, p. 14) diz que:

> [...] A verdade é que uma aula com tarefas de natureza exploratório-investigativa é mais complicada de gerir do que uma aula baseada na exposição de matéria e na realização de exercícios, dada a imprevisibilidade das propostas e questões que os estudantes podem colocar. Acresce, ainda, que os estudantes à partida não sabem como trabalhar neste tipo de tarefa e precisam que o professor os ajude a fazer essa aprendizagem. Apesar de suas dificuldades e limitações, trata-se de um tipo de trabalho essencial na aula de Matemática, que visa objetivos educacionais diferentes das atividades mais estruturadas [...].

Assim, trabalhar de forma lúdica e diferente em sala de aula é necessário. Utilizando a investigação matemática ou outra tendência, e com materiais manipuláveis, o educador contribui muito para que os estudantes construam seu conhecimento de forma prazerosa, ligando-os com seu cotidiano, e igualmente permitindo a apropriação dos saberes matemáticos.

Ação Investigativa

Foi iniciada a atividade com uma aula de revisão sobre fração, onde os educadores realizaram questionamentos e relembrando juntamente com os estudantes alguns conceitos de fração como: "O que representa o denominador em uma fração? E o numerador? ". Investigando e valorizando os conhecimentos prévios dos estudantes.

Apresentamos o tangram, perguntando quem o conhecia e relatando sua história, descrito como um antigo quebra-cabeça chinês cuja origem se remete a uma época desconhecida. O livro mais antigo com figuras do tangram data de 1813, porém, tudo indica que ele já era conhecido muito antes.

Conhecido na China com os nomes de "Quadrado mágico", "Tabela da sabedoria" e "Tabela da sagacidade", as sete peças do tangram são:

- dois triângulos grandes;
- um triângulo médio;
- dois triângulos pequenos;
- um paralelogramo e;
- um quadrado.

Estas sete peças juntas e combinadas, podem formar mais de 1700 figuras entre animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números, figuras geométricas e outros. O jogo ganhou o mundo e já vem sendo explorado como material didático, não só matemático, mas também no campo das artes, e são inúmeras e criativas suas aplicações. O tangram também é "uma ferramenta didático-pedagógica para desenvolvimento da lógica, a inteligência e a imaginação" (LEE, 2012, p. 3).

Para uma manipulação ativa foram confeccionados previamente os jogos de tangram em EVA[6] em sala de aula pelos estudantes. Optou-se pelo EVA por ser de baixo custo e de fácil manipulação. A partir da confecção do tangram em EVA os estudantes iniciaram a atividade investigativa pela exploração e a realização de suas considerações iniciais.

Figura I - Jogos de tangram confeccionados com EVA.

Fonte: Dos autores.

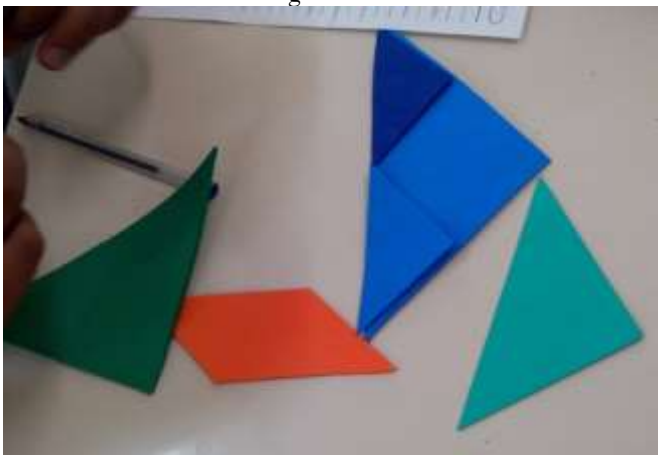
Os estudantes sentados em duplas, já habituados a trabalhar no grupo de estudos, após a exploração do material foi solicitado para que todas as descobertas e as trocas efetivadas fossem registradas em uma folha individualmente que posteriormente foi recolhida.

[6] EVA é a Espuma Vinílica Acetinada.

Na sequência das atividades, em outro encontro foi solicitado aos estudantes que identificassem que figuras geométricas representavam cada uma das sete peças do tangram. Após nominarem cada figura, foram oferecidas dicas para exploração dos materiais, mencionando aos estudantes a propriedade matemática "Triangulação de Polígonos Convexos" que a utilizassem para triangular todas as figuras do tangram com o triângulo menor. Assim descobriram que seria melhor trabalhar de forma que todas as figuras pudessem ser escritas em relação ao triângulo menor.

Aos estudantes foi solicitado que conversassem com seu colega sobre suas descobertas e que juntos investigassem as peças do tangram, e paralelamente ou posteriormente fossem anotando o que cada um descobriu.

Figura 2 - Estudantes realizando a triangulação das figuras do tangram e registrando.

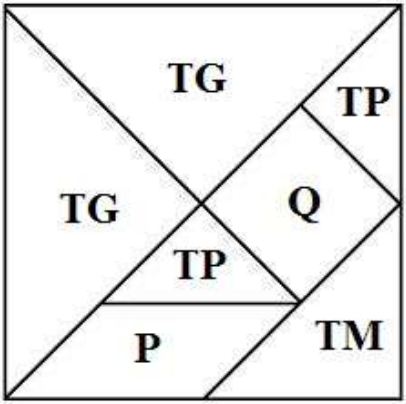


Fonte: Dos autores.

As figuras do tangram foram nomeadas ficticiamente pelos estudantes. Os respectivos nomes são os seguintes: Quadrado: Q; Paralelogramo: P; Triângulo Grande: TG; Triângulo Médio: TM; e Triângulo Pequeno: TP.

A partir da identificação das peças atribuída pelos estudantes forma utilizadas no desenvolvimento das atividades que se seguiram.

Figura 3 - As peças do tangram e seus respectivos apelidos formando um quadrado.

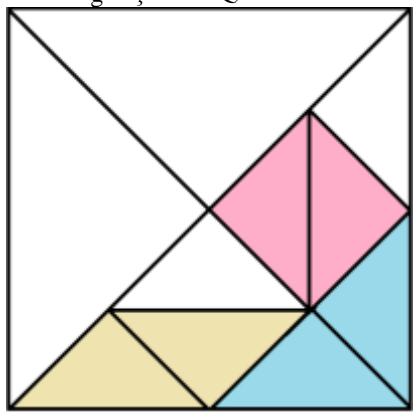


Fonte: Dos autores.

Os estudantes triangularam o Q, o P e o TM do tangram e descobriram que:

- Em um Q cabem 2 TP
- Em um P cabem 2 TP
- Em 1 TM cabem 2 TP

Figura 4 - Triangulação do Q, do P e do TM.



Fonte: Dos autores.

Observa-se o TG os estudantes perceberam que ele pode ser dividido de forma diferente:

- Em 1 TG cabem 1 Q e 2 TP
- Em 1 TG cabem 1 P e 2 TP
- Em 1 TG cabem 2 TM
- Em 1 TG cabem 1 TM e 2 TP
- Em 1 TG cabem 4 TP

Outras relações que foram descobertas pelos estudantes:

- 1 Q = 1 TM = 1 P = 2 TP

Depois de realizarem todas as triangulações em figuras menores, compreenderam que todas as figuras podem ser escritas em relação ao TP.

Quando dialogado com "Elizabeth" sobre o desenvolvimento da atividade, ela cita que:

> *- Dividimos todas as peças do quadrado do tangram em TPs, porque esse é o 'denominador comum' de todas as peças. Em uma fração nós também divididos as peças em tamanhos iguais para conseguir fazer as operações e saber as relações, aqui no tangram também. Achamos que todo o tangram é composto por 16 TPs, ou seja, 16/16 = 1, que é o tangram inteiro (Fala da aluna durante a atividade investigativa, 2014)*[7].

A partir das triangulações feitas pelos estudantes e da descoberta que o tangram todo pode ser dividido em 16 peças iguais, que são os TPs, observou-se que estes começaram a perceber quais relações fracionárias havia entre as outras peças do tangram. Estas relações que os estudantes descobriram analisando as peças do tangram são:

- 1 TP no tangram inteiro representa a fração de $\frac{1}{16}$

- 1 TM representa a fração de $\frac{2}{16}$, porque se 1 TP representa $\frac{1}{16}$ e 1 TM = 2 TP

- 1 P = $\frac{2}{16} \approx \frac{1}{8}$

- 1 Q = $\frac{2}{16} \approx \frac{1}{8}$

- 1 TG representa a fração de $\frac{4}{16} \approx \frac{1}{4}$

- 2 TG representam a fração de $\frac{8}{16} \approx \frac{1}{2}$

- 3 TG representam $\frac{4}{16} + \frac{4}{16} + \frac{4}{16} = 3 \cdot \left(\frac{4}{16}\right) = \frac{3 \cdot 4}{16} = \frac{12}{16} \approx \frac{3}{4}$

- 4 TG representam $\frac{16}{16} \approx 1$

---

[7] Este fragmento foi retirado do instrumento de pesquisa – gravações, realizado durante as atividades. Elizabeth é um nome fictício.

- 16 TP representam $16 \cdot \left(\frac{1}{16}\right) = \frac{16}{16} \approx 1$

- 8 TM representam $8 \cdot \left(\frac{2}{16}\right) = \frac{8 \cdot 2}{16} = \frac{16}{16} \approx 1$

Outras relações fracionárias:

- 2 TG + 1 Q + 1 TM = $\frac{8}{16} + \frac{2}{16} + \frac{2}{16} = \frac{8+2+2}{16} = \frac{12}{16} \approx \frac{3}{4}$

- 1 Q + 1 TM + 1TG = $\frac{2}{16} + \frac{2}{16} + \frac{4}{16} = \frac{2+2+4}{16} = \frac{8}{16} \approx \frac{1}{2}$

Por fim, os estudantes descobriram qual fração representa cada peça do tangram.

- 1 TG = $\frac{4}{16} \approx \frac{1}{4}$

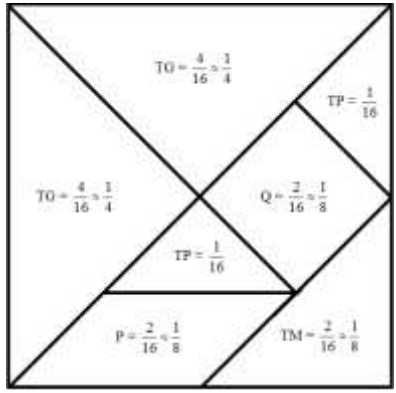
- 1 Q = $\frac{2}{16} \approx \frac{1}{8}$

- 1 TM = $\frac{2}{16} \approx \frac{1}{8}$

- 1 P = $\frac{2}{16} \approx \frac{1}{8}$

- 1 TP = $\frac{1}{16}$

Figura 5 - As peças do tangram e suas respectivas frações.



Fonte: Dos autores.

Durante os momentos em que mediamos à atividade investigativa, percebemos o entusiasmo dos estudantes em compreender algo matemático no tangram, ao mesmo tempo sentiam-se capazes de entender os conceitos de fração antes distantes e sem muita conexão com uma prática, isso de forma divertida e prazerosa a eles. Ao passo que acompanhamos os momentos investigativos fomos também descobrindo novos e distintos olhares sobre a atividade, que nos permitiu entender as inúmeras possibilidades de exploração do tangram para o ensino da matemática. Surgiram comentários relacionando a peças do quebra-cabeça com porcentagem, ângulos, geometria, trigonometria, enfim a experiência nos proporcionou desvendar junto às turmas novas percepções e motivação para continuar investigando.

Reflexões Finais

A matemática não é e nem pode ser considerada como exata e acabada, mas sim vivenciada, explorada e construída a cada dia. Outro fator fundamental neste processo é o de que cada sujeito é importante para esse movimento. A prática investigativa contribui na evolução dos estudantes como pesquisadores/atores que constroem saberes a partir da investigação e o que

ela desvenda. Permite a ascensão de sujeitos pensantes e criativos, que buscam descobrir novos saberes a partir do seu cotidiano, sendo assim mais aptos a solucionar e buscar estratégias de resolução para a construção social.

A atividade de investigação foi aceita de forma tranquila pelos estudantes, a resistência inicial foi vencida e recompensada pelo prazer da construção própria. Percebeu-se o entusiasmo dos estudantes com todo o processo investigativo e que gostariam de ter mais oportunidades de fazê-lo.

Considera-se que uma atividade investigativa, requerer do educador mais preparo e ações distintas em sala, como maior tempo de planejamento e pesquisa, busca de material e estratégias diferentes que possam ser aceitas e atrativas aos estudantes. Porém toda essa busca é recompensada levando estudante e educador para um campo além do ensino e aprendizagem, estreitando laços, e principalmente fazendo o estudante perceber que é capaz de construir, fazer descobertas, que a matemática está em sua vida, basta ele abrir seus olhos e explorá-la.

Enquanto educadores, ao desenvolver uma atividade investigativa, compreende-se o desafio que é instigar os estudantes a investigação, mas que quando o fazem é compensador, pois esses se descobrem como agentes construtores de seus saberes. O educador na tendência da prática investigativa ganha a possibilidade dos distintos olhares e percepções de seus estudantes, fazendo assim descobertas com eles, divide pistas e colhe diferentes perspectivas, pois distintos pontos de vista criam variadas estratégias e percepções.

Referências

BRAUMANN, C. Divagações sobre Investigação Matemática e o seu Papel na Aprendizagem da Matemática. In: PONTE, J. P.; COSTA, C.; ROSENDO, A. I.; MAIS, E.; FIGUEIREDO, N.; DIONÍSIO, A. F. (Eds.). **Atividades de investigação na Aprendizagem da Matemática e na Formação de Professores.** Lisboa: SEM-SPCE, 2002.

FERREIRA, A. B. H. **Dicionário Aurélio Básico da Língua Portuguesa.** Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2010.

LEE, R. **Tangram.** São Paulo: Editora Isis, 2012.

PONTE, J. P., BROCARDO, J. OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na Sala de Aula.** 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009. Coleção Tendências em Educação Matemática.

PONTE, J. P. **Explorar e Investigar em Matemática:** Desafio para Estudantes e Professores. Movimento, 14, 80-96, 2006.

_____. Explorar e Investigar em Matemática**:** Uma atividade fundamental no ensino e na aprendizagem. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**. n. 21, p. 13-30, Mar. 2010.

SCHNEIDER, M. R.; CUSTÓDIO, J. F. Produção escrita: Contribuições da avaliação descritiva em aulas de matemática. **Educação Matemática em Revista** – RS, ano 16, n. 16. v. 2. p.113-126, 2015.

SOUZA, E. DINIZ, M. I. S. V. PAULO, R. M. OCHI, F. H. **A Matemática das Sete Peças do Tangram.** São Paulo: IME-USP, 2008. (Coleção Matemática Ensino Fundamental nº7).

Capítulo 4

Modelagem Matemática como método de ensino no estágio de docência.

Elizandra Puchta Tavares[8]
Morgana Scheller[9]

O capítulo apresenta e analisa uma prática docente de estágio a qual utilizou a Modelagem Matemática como método de ensino. Os dados e descrições que constam neste trabalho foram coletados durante o Estágio Supervisionado IV, realizado pela primeira autora na Escola de Educação Básica Paulo Zimmermann, Rio do Sul, no período de 22 de agosto a 4 de setembro de 2013, na turma do 2º ano I composta por 19 Estudantes. Na busca de oportunizar aos estudantes um ambiente propício para a aprendizagem de sistemas lineares, a proposta de intervenção docente foi ancorada na condução teórico-metodológica baseada na perspectiva histórico-cultural de Lev S. Vygotsky e na concepção de Modelagem Matemática defendida por Maria Salett Biembengut. A primeira teoria apresenta aporte referente ao modo que pode se dá a formação dos

[8] Docente dos Anos Finais do Ensino Fundamental no SESC – Rio do Sul, disciplina de Matemática, epuchta14@yahoo.com.br.
[9] Docente no Instituto Federal Catarinense – Campus Rio do Sul, morgana.scheller@ifc.edu.br.

conceitos, já a segunda, explicita a respeito de um método de ensino que propicie aulas mais desafiadoras para o estudante.

Considerações Iniciais

A prática docente representa um desafio na vida acadêmica do licenciando em matemática. É um retrato dos fundamentos teórico metodológicos apreendidos ao longo dos estudos realizados e seu planejamento e sua concretização refletem as características e ideologias de sua formação acadêmica.

Ao longo de sua formação e exercício docente cada professor vai construindo sua identidade profissional, com aprofundamento dos fundamentos teórico-metodológicos, sua forma de perceber o estudante e o entorno, seu modo de abordar a realidade que os cerca. Enfim, a prática docente oportuniza a integração de diferentes saberes. Um desses saberes que Tardif (2002) se refere, o saber curricular, vai sendo constituído também pelos saberes experienciais. Este último emerge das experiências e é possível devido a capacidade de o professor sempre inovar e estar propenso a enfrentar desafios, aberto a utilização de vários métodos para o ensino e a aprendizagem como a modelagem, por exemplo.

Ancorados nos aportes teóricos explicitados idealizou-se um trabalho com Modelagem Matemática para o ensino de sistemas de equações lineares, conceito esse relevante para a formação escolar dos estudantes uma vez que a Álgebra permeia os estudos de matemática desde o início da Educação Básica. Sendo assim, na tentativa de oportunizar aos estudantes um ambiente propício para apropriação dos conceitos matemáticos, organizou-se uma proposta de intervenção docente a ser desenvolvida no Estágio Supervisionado Obrigatório IV, estágio este caracterizado pela efetiva docência do licenciando em matemática, no Ensino Médio.

Os dados e descrições que constam neste trabalho foram coletados durante o estágio supervisionado IV realizado na Escola de Educação Básica Paulo Zimmermann, Rio do Sul, no período de 22 de agosto a 4 de setembro de 2013, na turma do 2º ano I composta por 19 estudantes. No período foram realizadas seis intervenções de efetivo exercício da docência sendo os dados coletados por meio de observação e descrição das atividades de ensino. Sendo assim, o capítulo apresenta e analisa a prática docente de estágio na qual utilizou-se a modelagem matemática como método de ensino de sistemas lineares.

Dos aportes teóricos de Vygostky à Modelagem Matemática

Os estudantes do Ensino Médio já apresentam certa maturidade, fato este que impulsiona o professor a ter objetivos amplos em relação ao seu desenvolvimento educacional. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000, p. 6) "os objetivos educacionais podem passar a ter maior ambição formativa, tanto em termos da natureza das informações tratadas, dos procedimentos e atitudes envolvidas, como em termos das habilidades, competências e dos valores desenvolvidos".

Para tanto, é necessário que haja planejamento do professor na organização que se refere aos conteúdos, metodologias e formas de avaliação, para que o estudante possa demonstrar domínio dos princípios científicos e tecnológicos da vida moderna e conhecimento da linguagem contemporânea. Além do planejamento em termos de fundamentos metodológicos, o professor deve levar em consideração que cada estudante é diferente do outro, cada um possui sua especificidade, ou seja, apresentam habilidades individuais distintas, o que resulta em respeitar o ritmo de cada educando. Afinal, cada um aprenderá a seu tempo e da forma que melhor lhe aprouver.

Essa preocupação com as diferenças já era motivo de estudo do psicólogo Lev Vygotsky que, desde as primeiras décadas do século XX, defendia que

crianças com maior potencial deveriam ficar na mesma sala de crianças que ainda precisavam de apoio para dar seus primeiros passos. Isso porque a interação com o professor ou com colegas com mais conhecimento proporciona condições para o aprendizado, visto que nem todos os estudantes encontram-se no mesmo nível de desenvolvimento, denominados por ele de real e potencial.

Para Vygotyski (1991, p. 57) o primeiro desses níveis, denominado de nível de desenvolvimento real, corresponde ao "nível de desenvolvimento das funções mentais da criança que se estabeleceram como resultado de certos ciclos de desenvolvimento já completados". Nele estão envolvidas as funções mentais que já estão completamente desenvolvidas, ou seja, resultado de habilidades e conhecimentos adquiridos pela criança – atividades que a criança realiza sozinha, sem levar em consideração o que ela conseguiria realizar se tivesse o auxílio de colegas, professor ou qualquer outra fonte de informação.

Já no nível de desenvolvimento potencial, engloba o conjunto de conhecimentos que uma pessoa necessita para resolver determinada questão, mas que apesar de ter potencialidade para alcançar estes conhecimentos através da ajuda de alguém ou por intermédio de outras fontes de informação, ainda não fez, ou seja, este nível está relacionado com os conhecimentos que o indivíduo poderá atingir futuramente através de ajudas externas que ocorrem na interação através da mediação entre estudante/professor ou estudantes/ estudantes.

Entre esses dois níveis de desenvolvimento, há uma região nebuloso a qual Vygotsky denominou de zona de desenvolvimento proximal (ZDP). Em termos de conhecimento, ela está relacionada com o que se sabe ou pode saber a partir de algum tipo de assistência. Quer dizer, aquilo que uma criança só consegue realizar com a ajuda de alguém, que mais adiante estará realizando sozinha.

Segundo Vygotski (1996, p. 58), "o nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental

prospectivamente". Por isso o autor defende a diferença entre o estudante que apresenta habilidades, que domina sozinho e aquele que consegue realizar a mesma atividade, mas, que precisa do auxílio de alguém.

A partir dos conceitos de desenvolvimento real e proximal, propostos por Lev S. Vygotsky, a interação de crianças em níveis de desenvolvimento diferentes passou a ser encarada de forma positiva no processo de aprendizagem, pois o professor deixa de ser o detentor do conhecimento, mediando o processo no desenvolvimento das atividades. Nessa perspectiva, no ambiente escolar haverá ganhos uma vez que o professor continuará desempenhando suas funções como mediador, uma vez que haverá tarefas que só cabem a ele desenvolvê-las, como orientar os estudantes quando o conteúdo tratado não fizer parte do nível real dos mesmos. Em alguns casos, os estudantes menos experientes se sentirão desafiados a ir além, aprendendo e se desenvolvendo, e com o auxílio que receberão dos colegas e do professor conseguirão executá-las sozinhos. Já os mais experientes ou com maior conhecimento estarão aperfeiçoando as habilidades ao ajudar os colegas.

Pensando em uma prática baseada nesses pressupostos visualizou-se na Modelagem Matemática um meio para propiciar a aprendizagem de matemática. Nas últimas décadas vem se presenciando um grande esforço para que práticas educacionais se tornem mais exitosas, procurando despertar o interesse do estudante para aprendizagem de matemática. Para tanto, houve reestruturação dos programas curriculares e destaque à metodologias do ensino de Matemática na busca que o estudante desenvolva a capacidade de ler e interpretar os conceitos matemáticos envolvidos nas diversas áreas do conhecimento.

A tendência de expressar por meio da linguagem matemática situações-problema da vida real não é novidade, requer letramento matemático e a Modelagem Matemática pode contribuir para isso. Nas últimas décadas, a Modelagem vem ganhando espaço de modo a ser reconhecida como uma da Tendências da Educação Matemática.

> Modelagem é um conjunto de procedimentos requeridos na elaboração de modelo de qualquer área do conhecimento. Na matemática, em particular, o processo de modelagem requer do modelador, além de talento para a pesquisa, conhecimento matemático e capacidade de fazer leitura do fenômeno sob ótica matemática. Nesses termos, o modelo é expresso em termos matemáticos (fórmula, diagrama, gráfico, representação geométrica, equação algébrica, tabela, programa computacional) que leva à solução do problema ou permite a dedução de uma solução (BIEMBENGUT, 2004, p. 17).

Já Bassanezi (2009, p. 16) defende que:

> [...] a modelagem – que pode ser tanto como um método científico de pesquisa quanto como uma estratégia de ensino-aprendizagem – tem se mostrado muito eficaz. A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Com o intuito de aproximar a Matemática ainda mais da realidade dos estudantes, a Modelagem Matemática na Educação é "[...] essencialmente um método de pesquisa [...]. Isso porque é dado ao estudante a oportunidade de estudar situações-problemas por meio de pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso investigativo e criativo" (BIEMBENGUT, 2004, p. 23).

Bassanezi (2009) ressalta que no caso de Matemática, especificamente, o ensino-aprendizagem deve facilitar sua compreensão e utilização, e por isso, a Modelagem Matemática é um processo que consegue unir a teoria e a prática, ou seja, motiva o indivíduo a entender a realidade e procurar meios para agir e transformar esta realidade. Então, ela também pode ser considerada um método científico que ajuda a preparar o indivíduo a exercer seu papel de cidadão.

A Modelagem Matemática como método de pesquisa, consiste em representar uma solução real com ferramental matemático, de acordo com alguns procedimentos conforme Biembengut (2004) descreve: 1ª etapa: Interação. 2ª etapa: Matematização. 3ª etapa: Modelo Matemático. Hoje, Biembengut (2014) já agrupa o processo em três fases diferentes, porém com

significados próximos aos primeiros. Como a prática foi desenvolvida considerando a primeira concepção, explicita-se sobre elas:

- ✓ Na etapa da interação é necessário reconhecer e delimitar a situação-problema, para então fazer um levantamento de dados detalhado que será o referencial teórico da pesquisa. O estudo do tema pode ser realizado através da utilização de livros, revistas, jornais, com dados experimentais ou ainda outras fontes.
- ✓ A 2ª etapa, matematização, é a mais desafiadora, pois é neste momento que será formulado o problema e definido estratégias de como será realizada a resolução. Este é o momento de classificar as informações que forem pertinentes, as hipóteses, identificar as constantes e variáveis que estarão envolvidas, seleção dos símbolos apropriados e descrição das relações dos termos matemáticos.
- ✓ E finalmente a última etapa, modelo matemático, quando irá ocorrer a verificação do modelo, ou seja, se este atendeu as necessidades que o geraram. Caso tenha atendido as expectativas descrever as deduções, porém se a resposta for negativa deve-se retornar a segunda fase para que haja um reajuste ou mudanças das hipóteses e variáveis envolvidas na resolução.

Da prática desenvolvida

Levando em consideração as etapas da Modelagem de Biembengut (2004), descritas anteriormente, destaca-se inicialmente na proposta de ensino a etapa da interação com o tema a qual foi iniciada com a dinâmica 'quebra gelo'. Esta se desenvolveu com a entrega de um bilhetinho e um presente a um dos estudantes, o qual não poderia abri-lo de imediato. Esse deveria entregar a alguém que contivesse a característica constante no bilhete e assim sucessivamente, de modo que a maioria dos estudantes fossem envolvidos pelo

menos uma vez na brincadeira. A diversão foi o destaque da atividade ainda mais que ao final a turma deliciou o presente, uma caixa de chocolates.

Em seguida, os estudantes reunidos em grupos por afinidade, foram incentivados a coletar informações a respeito do tema chocolate, tais como: o maior produtor; o maior consumidor; tipos de chocolate; diferenças entre chocolate ao leite, amargo e branco; mitos e curiosidades; preços e qualquer outra informação de interesse dos estudantes. Neste momento, a primeira etapa do processo de modelagem estava ocorrendo – a interação com o tema, segundo Biembengut (2004).

O interesse pela atividade proposta pode ser percebido nas considerações que alguns estudantes fizeram ao propor tópicos para investigação. Tratava-se de informações que já sabiam.

- *A quantidade de cacau no rótulo indica o quanto ele é amargo. (Estudante A)*
- *Alguém sabe a diferença entre diet e light? (Estudante B)*
- *Diet é sem açúcar e light a quantidade de açúcar é menor. (Estudante C)*
- *É mentira que chocolate da espinha. (Estudante D)*
- *No chocolate tem cafeína. (Estudante E)*
- *E também libera endorfina, a sensação do prazer. (Estudante F)*
- *Ah, por isso o chocolate vicia, tem cafeína. (Estudante G)*

Um mural foi organizado na sala de aula para anexo das contribuições trazidas, tais como embalagens, desenhos, reportagens, entre outros. O recurso foi um meio de registro e auxílio de informações e conteúdos explorados ao longo das aulas. Destarte, o resultado da investigação ficaria exposto para ser explorado a qualquer momento e assim contribuir para a construção dos conceitos matemáticos, a partir da situação problema.

O envolvimento da turma na atividade foi destaque, com a maioria dos estudantes contribuindo com algo para compartilhar no mural. Sempre ao início de cada intervenção, as contribuições da turma eram valoradas pela estagiária e o conteúdo explorado era revisado.

Figura I – Mural: confeccionado com as contribuições dos estudantes sobre o tema motivador – chocolate.

Fonte: Arquivos dos autores.

Como o propósito era utilizar a Modelagem como método de ensino de equações lineares, a estagiária deixa sobre a mesa do professor uma caixa encapada com papel pardo. Nela havia desenhadas algumas incógnitas, costumeiramente usadas na matemática. Isso porque no processo de ensino e de aprendizagem

> [...] deve-se provocar a motivação do aluno, ou seja, criar situações de desequilíbrio para despertar o interesse. Para que isso ocorra, invariavelmente o professor deve propor situações-problema, desafios e questões instigantes (BRASIL, 2013, p. 55).

A caixa surpresa foi mais um motivador no processo, visto que os estudantes ficaram curiosos a respeito do conteúdo da mesma, indagando sobre o conteúdo. A informação da estagiária foi de que a mesma apenas seria aberta após a resposta ser encontrada por eles. Com tal informação ficaram ainda mais instigados e curiosos, requerendo da estagiária um ponto de partida para determinarem a resposta.

Figura 2 – Caixa surpresa contendo 17 chocolates, utilizada como tema motivador.

Fonte: Arquivos dos autores.

Na ocasião foi perceptível a motivação que envolvia a turma, consolidando assim o fato de que "a modelagem matemática pode tornar-se caminho para despertar no estudante interesse por assuntos de matemática e, também, de qualquer outra área que desconheça" (BIEMBENGUT, 2004, p. 23).

Com o propósito de encontrarem a resposta, os estudantes iniciaram a investigação. Num primeiro momento lançaram vários questionamentos para que conseguissem alguma informação real, como comentários:

- *Pelo menos eu sei que é uma caixa de sapatos. (Estudante A)*
- *Chacoalhe pra gente ouvir. (Estudante B)*
- *Pelo barulho são coisas diferentes. (Estudante C)*
- *De diferentes tamanhos. (Estudante D)*
- *É sólido? (Estudante E)*
- *Tem que ser sólido pois faz barulho. (Estudante F)*
- *Falei que eram duas coisas diferentes. (Estudante G)*

- *É pequeno ou grande? (Estudante H)*
- *Tem que ser pequeno senão não caberia na caixa. (Estudante I)*
- *Chicletes? (Estudante J)*
- *Bala? (Estudante K)*
- *Ah, como ontem teve chocolate e a gente pesquisou sobre chocolate, só pode ser chocolate. (Estudante L)*
- *É chocolate e pirulito. São de tamanhos diferentes, mas são pequenos. (Estudante M)*

A partir do palpite chocolate e pirulito a estagiária fornece aos estudantes, para que pudessem elaborar a situação-problema, a informação que na caixa havia, no total, 17 objetos. A partir da informação e mediação da estagiária, o estudante A expressou:

- *A quantidade de pirulito mais a quantidade de chocolate é 17.*

A informação escrita no quadro foi avaliada e validada pelos estudantes, mediante questionamento da estagiária. O Estudante B expressou:

- *Não professora, coloca que pirulito mais chocolate é igual a 17. Assim, com o sinal de mais.*

O Estudante C não satisfeito, sugeriu após a estagiária recomendar uma escrita mais resumida, similar à abstração matemática:

- *Mas não podemos fazer que nem na matemática, com* $x + y = 17$*? O* x *são os pirulitos e o* y *os chocolates, já que a gente não sabe quanto tem de cada um.*

Nas últimas considerações percebeu-se que alguns estudantes (uma minoria) conseguiram mudar de um registro de representação para outro. Demonstra desenvolvimento do pensamento matemático, denotando nível de desenvolvimento real daqueles estudantes. Em seguida, com a mediante dialógica questionadora da estagiária, os estudantes realizaram os registros na

forma tabular e também algébrica as informações inicialmente expressas na língua natural: *A quantidade de pirulito mais a quantidade de chocolate é 17.*

Com a elaboração da equação representativa da informação fornecida pela estagiária, a mesma abordou o conceito matemático de equação linear. Isso possibilitou que os estudantes indicassem uma série de possibilidades, ou seja, possíveis respostas à proposição. Ampliou-se o estudo de equação linear identificando os termos que a compõem e demonstrado alguns exemplos para que compreendessem que nem todas as equações são lineares. Ainda foi fixado no mural uma fórmula geral de equação linear.

Na continuidade, foram anotadas na lousa várias possibilidades de respostas. Enquanto um grupo ia expressando uma dupla de número, os demais validavam se a soma consistia em dezessete.

> *- Já sei! É muito mais fácil! Basta iniciar um lado pelo 1 e somar 16 e assim sucessivamente até chegar em 16 + 1. (Estudante A)*

A enunciação do estudante demonstra a capacidade de resolver problemas de forma rápida e criativa, ficando fácil assim indicarem todas os possíveis pares naturais, solução para a equação $x + y = 17$.

A participação dos estudantes confirma que o método de ensino pode ser exitoso em qualquer nível de escolaridade. Afinal, como na presente prática de estágio,

> Objetiva-se, fundamentalmente, proporcionar ao aluno melhor apreensão dos conceitos matemáticos; capacidade para ler, interpretar, formular e resolver situações-problemas e, também, despertar-lhe senso crítico e criativo. (BIEMBENGUT, 2004, p. 31).

Ao término da aula, após síntese do que foi desenvolvido na intervenção, percebendo que a caixa estava sendo guardada, a turma interroga se a mesma não seria aberta. A estagiária comenta que, como não havia sida encontrado uma resposta para a quantidade de cada objeto presente na caixa, e sim apenas

possibilidades, não havia ainda motivo para abertura da caixa e conferência da resposta.

Percebeu-se, a partir dos comentários, o interesse pela descoberta do que havia na caixa. Tal interesse estava sendo utilizado em favor do processo de estudos de conceitos matemáticos. A turma afirmou ser interessante o suspense, visto que pretendem chegar à resposta correta para então proceder a abertura da mesma e descobrir o que há dentro. Como expuseram alguns Estudantes:

- *A professora tá fazendo isso só porque daí a gente quer chegar logo na resposta. Aí a gente precisa ter atenção porque se errar não ganha o que tem dentro, né?! (Estudante A)*
- *A aula assim sai da rotina. Não que suas aulas sejam chatas fessor, só que é legal ser diferente de vez em quando. (Estudante B)*

Entusiasmada com a situação-problema que a caixa proporcionou, verificou-se que a turma continuava participativa e envolvida com as atividades propostas, fazendo questionamentos à medida que estes iam surgindo.

Na aula seguinte, ao colocar a caixa surpresa sobre a mesa, a estagiária indaga os estudantes sobre qual seria a próxima estratégia para descobrir as quantidades exatas de "pirulitos" e "chocolates" que estavam dentro da caixa. Então o estudante A expressou:

- *Professora, precisamos de mais informações, só assim não dá para descobrir, só abrindo a caixa (risos).*

Indagados a respeito de qual outra informação seria relevante para auxiliar na resolução, os estudantes não sabiam sugerir. Então a estagiária forneceu informações a respeito do peso unitário de cada objeto contido na caixa e a somatória dos 'pesos' (massa), deixando o registro no quadro. Com essas informações os estudantes triam condições de levantar hipóteses e até mesmo de elaborar mais uma equação para a informação. Novamente a mediação ocorreu no sentido de, ao final, os estudantes equacionarem a informação, visto

que inicialmente procuram por resposta com base em tentativas. Agora o problema dos estudantes consistia no que fazer com as duas equações que haviam elaborado.

Esta etapa da Modelagem, a matematização, segundo Biembengut (2004) é a mais desafiadora, pois é necessário formular o problema, formular o modelo e como será realizada a resolução. Este é o momento de classificar as informações que forem pertinentes, as hipóteses, identificar as constantes e variáveis que estarão envolvidas, seleção dos símbolos apropriados e descrição das relações dos termos matemáticos. Até então não havia surgido estratégias de resolução que não fosse a tentativa e erro.

No entanto, quando a estagiária aborda que as aquelas equações constituíam um sistema linear de ordem 2, antes mesmo de finalizar a explicação, um estudante interfere afirmando possuir lembranças do estudo deste conteúdo ainda no Ensino Fundamental. Solicitou tempo para buscar resolver a questão antes que a mesma fosse continuada no quadro. Na oportunidade, a acadêmica instiga os demais estudantes a buscarem por valores que atenderiam as duas informações, independentemente da estratégia utilizada.

Todos os grupos resolveram o sistema formado – situação problema traduzida – de alguma maneira, de modo que não houve nenhum caso semelhante de resolução. No entanto, alguns não conseguiram concluir a tentativa de resolução que haviam pensado. Verificou-se com este fato que a turma, assim como tantas outras, apresenta diferentes níveis de desenvolvimento real, como no caso do estudante que lembrou do conteúdo visto em anos anteriores. O caso desse estudante ilustra que o mesmo já havia se apropriado do conhecimento e realizado anteriormente a resolução de sistemas lineares. Com isso, seu nível de desenvolvimento real é distinto dos demais colegas e ele pode contribuir para o desenvolvimento da turma.

A partir da socialização e discussão das estratégias utilizadas pelos estudantes que resolveram a questão, o processo seguiu então para a sistematização de outros métodos possíveis de resolução de um sistema de

ordem 2. Destaca-se que os métodos utilizados pelos estudantes em suas estratégias de resolução foram o da tentativa e erro e da substituição, sendo este último utilizado pelo estudante que lembrou já de ter visto o conteúdo no Ensino Fundamental. Todas as estratégias foram sendo exploradas de forma investigativa ao longo da intervenção.

Ao longo da intervenção percebeu-se que os estudantes aprendem melhor quando trabalham em cooperação com os colegas de classe que já conhecem algo sobre o conteúdo ou aqueles que possuem níveis de desenvolvimento diferentes, assim como foi descrito em trabalhos desenvolvidos por Lev S. Vygotsky. A zona de desenvolvimento proximal dos estudantes fica acentuada, pois a construção do conhecimento não se dá de forma individual e sim através da interação social.

Por isso, na procura de explorar a zona de desenvolvimento proximal, o conteúdo foi explorado a partir do conhecimento que os estudantes já possuíam para os outros que ainda não eram de domínio e compreensão, de modo que todos conseguissem alcançar o mesmo nível de desenvolvimento potencial. Quer dizer, resolver sistemas lineares de ordem 2.

> [...] a zona de desenvolvimento proximal permite-nos delinear o futuro imediato da criança e seu estado dinâmico de desenvolvimento, propiciando o acesso não somente ao que já foi atingido através do desenvolvimento, como também aquilo que está em processo de maturação. [...] a zona de desenvolvimento proximal hoje, será o nível de desenvolvimento real amanhã (VYGOTSKY, 1996, p. 113).

Depois do estudo e discussão dos dois métodos de resolução utilizados pelos grupos, foi realizada a resolução do sistema linear pelo método da adição, de modo a ampliar as compreensões a respeito dos processos de resolução do sistema de equações lineares.

Assim como em todo o início de aula a primeira ação da intervenção então foi a recapitulação do conteúdo expresso até então no mural. Em seguida, foram relembrados os métodos utilizados para resolver a situação problema e as respostas encontradas, que até aquele momento eram respostas iguais. Porém, mesmo tendo encontrado as respostas ainda não havia sido aberta a

caixa surpresa, pois o objetivo também era resolver o sistema linear da situação-problema por todos os métodos propostos no plano de aula.

Então, para reforçar que um sistema linear pode ser resolvido de diferentes formas e que todas elas culminam na mesma resposta, foi explorado a resolução por meio da interpretação geométrica, utilizando como ferramenta o *software Graphmática*.

A abordagem da atividade realizada por meio do *software* despertou o interesse dos estudantes, visto que acabaram por citar alguns outros *softwares* que conheciam e que também auxiliam na resolução e validação de problemas de matemática. Tal interesse e conhecimento demonstrado por eles é um indício de que utilizam a tecnologia, também, a favor do aprendizado. Várias indagações foram feitas pelos estudantes ao longo da utilização do programa. Por isso, é possível afirmar que, neste caso:

> Situações-problema mobilizam o aluno, colocam-no em uma interação ativa consigo mesmo e com o professor; criam necessidades, provocam um saudável conflito; desestabilizam a situação e paulatina e sucessivamente o vão auxiliando a organizar seu pensamento (BRASIL, 2013, p. 55).

Na sequência, plotou-se os pares ordenados que satisfaziam a primeira equação sendo em seguida incluída a própria equação no *graphmática*. Em seguida, procedeu-se com a segunda equação. A estagiária explora com os estudantes o conjunto número numérico que fazia referência ao problema, visto que se tratava dos naturais. Também instigou a turma a relacionar as retas formadas e sua relação com a resposta do sistema linear.

Aproveitando a utilização do software foi explorado o tópico sobre a classificação do sistema linear e sua representação gráfica, sempre de modo investigativo. Neste momento os estudantes conseguiram compreender e verificar que de acordo com o comportamento das retas na interpretação do gráfico era possível concluir sobre o número de respostas que o sistema linear pode apresentar: retas concorrentes – uma única solução, retas coincidentes – infinitas soluções. Ao realizarem a plotagem do gráfico com as retas paralelas, o estudante A expressou:

- Não vai ter solução, pois as retas não se encontram em nenhum ponto.

Com isso, os estudantes perceberam que no caso da situação-problema que estavam investigando, o sistema linear formado deveria ser classificado como sistema possível determinado, porque apresentou uma única solução, visto que as retas se encontram em um único ponto. Ponto este que consistia na solução do sistema.

Como a resposta matematicamente já havia sido encontrada era necessário abrir a caixa surpresa para validar mais uma vez ou não o modelo, ou seja, verificar se as equações e o sistema linear elaborado pelos estudantes estavam corretos. E finalmente, a última etapa do modelo matemático, a validação do modelo, levou-os a verificar se este atendia as necessidades que o geraram.

Para isso, foi solicitado que um dos estudantes da turma abrisse a caixa surpresa, a fim de comprovar que a quantidade de objetos dentro da caixa era a mesma encontrada na solução do sistema. Um grupo de estudante curioso e apreensivo acompanhou de perto a abertura da caixa e ficaram entusiasmados ao perceberem que a quantidade estava correta, porém os objetos não eram pirulitos e sim dois tipos diferentes de chocolate.

- O importante é que a quantidade a gente acertou. (Estudante K)

O Estudante B ainda comentou:

- É que o Bis é tão pequeno que a gente confundiu com pirulito.

Todavia, como já haviam verificado a resposta, dividiram os chocolates entre si.

Destaca-se também que em relação à situação-problema criada para o desenvolvimento do conteúdo de sistemas lineares de ordem 2, os objetivos foram atingidos. Também não foi necessário retornar a fases anteriores do processo de Modelagem Matemática, fase para realizar reajustes ou mudanças das hipóteses e variáveis envolvidas na resolução, procedimento indicado, caso a resposta encontrada não atendesse a situação-problema.

Rota seguinte

Utilizar a Modelagem Matemática como método de ensino durante as intervenções do estágio foi um grande desafio, uma vez que havia apenas estudado a respeito de Modelagem, porém nunca trabalhado de forma efetiva, fazendo uso do método durante uma aula. Além disso, não se podia prever como a turma reagiria com o tema de interesse (chocolate) e se estariam dispostos a participarem das atividades propostas nas aulas, ou até mesmo se eu (estagiária) conseguiria alcançar o objetivo de trabalhar de forma contextualizada com a situação-problema criada e os conteúdos matemáticos de interesse.

No entanto, o desenvolvimento das atividades ocorreu de forma produtiva, com vasta participação dos estudantes, o que comprometeu o tempo para o desenvolvimento dos conteúdos (pois resolvi dar prioridade as contribuições dos estudantes). O envolvimento ocorreu ao longo de todas as etapas da Modelagem Matemática, desde a realização de estudos de levantamento de informações na parte de interação com o tema, perpassando pela compreensão do problema proposto pela estagiária e sua resolução e verificação de possíveis soluções, até o desenvolvimento de estratégias de resolução e validação do modelo. Tudo foi contributivo para a aprendizagem e a resolução da situação-problema proposta no início das intervenções.

Durante as intervenções, foi este ambiente que encontrei: uma turma motivada com o tema – chocolate e envolvida com a situação-problema apresentada – caixa surpresa. Dessa forma não foi obstáculo agir na zona de desenvolvimento proximal e atuar como mediador, instigador, um professor pesquisador.

Acredita-se que, indiferente da metodologia que fosse aplicada nas intervenções, acarretariam pontos positivos e negativos. Destaca-se que ao se trabalhar com Modelagem pode-se ter como pontos negativos o número de aulas limitado, quer dizer, o tempo utilizado extrapolou o planejado.

Percebeu-se com estas intervenções que o professor, ao trabalhar com modelagem matemática ou outro método de ensino, não deve ficar amarrado ao planejamento elaborado para as aulas. Afirma-se isso pois, conforme as situações vão surgindo ao longo do processo e os estudantes vão interagindo entre si e com o professor, a aula é adensada com diferentes percepções e sugestões. Tal fato acaba ocasionando situações não previstas anteriormente pelo professor. Assim, é importante a flexibilidade nas aulas.

Referências

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 3. ed. Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, Maria. Salett. Modelagem Matemática & Implicações no ensino-aprendizagem. 2. ed. Blumenau: Edifurb, 2004.

_____. Modelagem no Ensino Fundamental. Blumenau: Edifurb, 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretrizes curriculares nacionais gerais da Educação Básica. Brasília: MEC, SEB, DICEI, 2013.

_____. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Ensino Médio. Brasília: MEC/SEF, 2000.

TARDIF, Maurice. **Saberes Docentes e Formação Profissional**. 2. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

VYGOTSKI, Lev Semenovich. **A formação social da mente.** 4. ed. brasileira. São Paulo: Martins Fontes, 1996.

Capítulo 5

Investigação Matemática no Estágio Curricular Supervisionado II: *materialização da teoria.*

Tiago Ravel Schroeder,[1]
Indianara Cucco[2]
Fátima Peres Zago de Oliveira[3]

Considerações Iniciais

Ao longo do ano de 2017 ocorreram o Estágio Curricular Supervisionado (ECS) I (observação) durante o primeiro semestre e o ECS II (intervenção) no segundo semestre de dois acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense - *Campus* Rio do Sul, autores deste capítulo. Estes ECS aconteceram numa escola da cidade de Ituporanga - SC, com uma turma de 9º ano, constituída por 16 estudantes.

Durante as atividades do ECS I, pode-se perceber que a turma observada teve o intenso diálogo[4] e a colaboração característicos. Diante disso, durante o

[1] Licenciado em Matemática no IFC/Rio do Sul, tiagoravel13@gmail.com;
[2] Licenciada em Matemática no IFC/Rio do Sul, indicucco@gmail.com;
[3] Docente do IFC/Rio do Sul, fatima.oliveira@ifc.edu.br.

[4] Diálogo na perspectiva de Freire é "uma exigência existencial (...). Um ato de criação (...). É este o encontro dos homens, mediatizados pelo mundo, para pronunciá-lo, não se esgotando, portanto, na relação eu-tu" (FREIRE, 1987, p.93). A dialogicidade é a essência de uma

planejamento para as atividades do ECS II foi necessário que uma tendência metodológica em Educação Matemática (EM) fosse marcante, optou-se pela Investigação Matemática (IM).

Este planejamento foi uma forma de materializar parte das discussões construídas no âmbito das disciplinas do Curso de Licenciatura. Assim, ele abordou a IM na perspectiva de Ponte (2003), o diálogo de Freire (1987), a Educação Matemática Crítica (EMC) de Skovsmose (2011), a autoria de Demo (1997) para que estas fossem constituidoras da educação humanizadora de Oliveira (2017), como esquematiza a Figura 1.

Figura 1 - Concepção de educação considerada nas atividades de ECS I e II.

Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

De acordo com os referidos teóricos justifica-se a convergência dos temas base da Figura 1 para a educação humanizadora porque nele está sendo considerado o sujeito "no" e "com" o mundo. Ou seja, o diálogo proporciona a interação para a autoria e a possibilidade da educação crítica, o que oportuniza uma educação para além dos conteúdos específicos, mas

Educação que é libertadora e crítica. O diálogo é autêntico e, como palavra, se refere a ação e reflexão em homens que se humanizam, humanizando o mundo.

humanizadora, que está constituída neste capítulo, pelo diálogo, a EMC e a autoria.

Dessa maneira, a IM aqui apresentada, visa transcender os procedimentos metodológicos de Ponte (2003). Por isso, o objetivo deste capítulo é mostrar uma possibilidade de desenvolver a IM numa perspectiva crítica durante as atividades de ECS II, cujo ambiente de aplicação está apresentado na Figura I.

Teorias sobre IM

A IM foi a metodologia utilizada as intervenções, por isso, esta seção visa discorrer sobre este tema e como este entendimento foi levado para sala de aula.

Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 9) investigar significa "trabalhar com questões que nos interpelam e que se apresentam de modo confuso, mas que procuram clarificar e estudar de modo organizado".

Por outro lado, Corradi (2011, p. 166) lembra que "nem toda aprendizagem matemática se faz através de investigações". Mesmo assim, nessas "atividades podem emergir a motivação e envolvimento dos alunos e principalmente a capacidade de pensar matematicamente". Isto porque a "capacidade de argumentar e provar são um dos grandes objetivos educacionais do ensino da matemática" e podem aparecer durante uma IM pois, os estudantes "tentam compreender, descobrir padrões, relações, semelhanças e diferenças de forma a conseguir chegar a generalizações".

Assim, um constituidor de aulas com IM são situações investigativas, e para Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) estas devem ser motivadoras e desafiadoras. Deste modo, atividades de IM contrastam-se claramente com as tarefas que são habitualmente usadas no processo de ensino aprendizagem, uma vez que são abertas, permitindo que o estudante seja criativo, que estabeleça o caminho a seguir e acima de tudo permite o diálogo no processo

de aprendizagem. Por isso Ponte (2003) classifica IM como diferente da aula tradicional.

Para elaborar esta situação investigativa, Corradi (2011, p. 170) considera que "o professor precisará recorrer à sua criatividade para dar forma à tarefa, adaptando as situações, reconstruindo as questões da maneira que melhor servir os seus objetivos".

Nesses moldes, uma situação investigativa contribui para a mudança do paradigma do exercício para uma aprendizagem reflexiva e com a participação dos estudantes, que fazem parte dos princípios dos cenários para investigação e da EMC. Isto porque "pode tratar de modo mais amplo a questão da participação dos alunos" (SKOVSMOSE, 2008, p. 64). Esta participação deve estar vinculada a dialogicidade e novas propostas de aprendizagem que instigam os estudantes a colaboração com provocação de autoria, possibilitando participarem de forma ativa do seu processo de aprendizado.

O resultado deste tipo de mudança está intimamente relacionado com o surgimento de novas possibilidades de envolvimento dos estudantes, de padrões de comunicação diferentes e, consequentemente, novas qualidades de aprendizagem. Isso acarreta que "qualidades de comunicação influenciam qualidades de aprendizagem" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 140). Em outras palavras, acredita-se que o diálogo é um pressuposto para a qualidade de aprendizagem.

De modo geral, "para que as atividades investigativas obtenham êxito é preciso que todos estejam conscientes de seu papel, [...] entendendo que para aprender Matemática é fundamental a colaboração e a cooperação" (CORRADI, 2011, p. 171-172). Além disso, o professor precisa estar atento também ao fato que "a decisão sobre a informação inicial a dar aos alunos [...], em cada caso concreto, [...] *(vêm)* da experiência de trabalho que o professor tem com a turma" (CORRADI, 2011, p. 171-172, inserção nossa). Visando estreitar essa relação Ponte (2003) defende a utilização da IM por possibilitar a cultura da pesquisa, bem como o realce que é dado na argumentação,

discussão, descoberta, tomada de decisão e avaliação. Esta relação advém de um processo dialógico que provoca autoria e reflexão crítica.

> Outro aspecto positivo das investigações é o diálogo estabelecido entre os alunos e os alunos e o professor durante a execução das atividades investigativas. No momento de socializarem suas produções com outros, os alunos podem validar ou negar muitas conjecturas que eles levantam. [...] Esse momento coloca os estudantes no centro da ação, discussão, reflexão e consequentemente da aprendizagem (CORRADI, 2011, p. 172-173).

Ainda como parte fundamental da IM Corradi (2011, p. 171) afirma que "nas aulas de investigação matemática é preciso que o professor dê um retorno aos alunos quanto ao desempenho de suas atividades, devida a expectativa do aluno". Assim, Corradi (2011) destaca uma forma de acontecer a avaliação do processo de IM, a avaliação formativa.

Devido a essas teorias considera-se esta tendência adequada para aplicação em perfis de turmas como o descrito na introdução. O planejamento que vislumbra aplicar a IM está na seção seguinte.

Planejamento de aulas com IM no ECS II

Como citado anteriormente escolheu-se como tendência metodológica a IM. Nela houve a necessidade de estabelecer relações de coletivo, fugir da rotina enfileirada da aula e oportunizar um pretexto para o diálogo que pode desencadear a criticidade e a reflexão. A IM desenvolvida durante as intervenções do ECS II foi embasada na perspectiva de Ponte (2003) de acordo com os procedimentos ilustrados pela Figura 2.

Figura 2 - Procedimentos adotados no desenvolvimento da IM durante as intervenções.

Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Para Corradi (2011), IM na perspectiva de Ponte (2003) superam o paradigma do exercício discutido por Skovsmose (2008) ao estimular o diálogo. Dessa maneira oportuniza o que Skovsmose propõe como parte de cenários para a investigação, os quais, dentre outras características, são marcados pelo fato de que: i) Os estudantes são corresponsáveis pelo processo de aprendizagem; ii) Os estudantes usam materiais manipuláveis e novas tecnologias nas atividades de aprendizagem.

Convictos de que a exploração, criticidade e investigação têm semelhanças, coaduna-se com a diferenciação dessas características estabelecidas por Ponte (2003).

Figura 3 - Diferenciação entre exercícios, problemas, explorações e investigações.

Fonte: Ponte (2003).

De acordo com os planos de aulas, que previram intenso diálogo, as práticas planejadas transitaram no sentido positivo do eixo horizontal da Figura 3, revezando entre exploração e investigação.

Mas a IM sozinha não deu conta do que se esperava para aulas, por isso foi preciso associar outras teorias e discussões ao planejamento. Assim, este conjunto de aulas deu-se à luz da EMC na perspectiva de Ole Skovsmose. Concorda-se com esse autor, entre outras coisas, no que diz respeito a instigar o espírito indagador no aluno, como alvo de reflexão crítica, estimulada por meio do diálogo.

Outro autor e educador considerado é Paulo Freire, por ter como base de discussão a formação humanizadora e a dialogicidade como estruturantes da postura no ambiente escolar e social. O diálogo proposto por Freire, que serve de sustentabilidade para a EMC, foi compreendido como uma possibilidade de efetivar uma construção coletiva importante, o coletivo cooperativo, na maioria dos casos, em que os professores coordenam a aula, mas sempre que os alunos estiveram preparados transitou-se para o colaborativo, onde eles fizeram propostas e conduziram as atividades.

A EMC permeou todas as intervenções, pois "esta é a educação matemática que não deve servir como reprodução passiva de relações sociais existentes e de relações de poder" (SKOVSMOSE, 2011, p. 32). A postura

de orientação sem autoritarismo esteve implícita nas atitudes que foram realizadas pelos estagiários durante as aulas.

Cabe ressaltar que uma postura educacional crítica tem diversas interpretações, assim para que a educação

> [...] seja crítica ela deve discutir condições básicas para a obtenção do conhecimento, deve estar a par dos problemas sociais, das desigualdades [...] e deve tentar fazer da educação uma força social progressivamente ativa (SKOVSMOSE, 2011, p. 101).

Desta forma Skovsmose (2011) é enfático em determinar a postura de um professor crítico. Este deve ser o profissional que reage às relações sociais existentes, que tem a ética como princípio e é reflexivo frente às injustiças sociais.

Engajados para serem sujeitos praticantes desta postura, defende-se uma alfabetização matemática na perspectiva de Paulo Freire, pois esta concepção solidifica a criticidade e ainda oportuniza o caráter libertador da educação. Isto pode ser entendido nas palavras de Paulo Freire como educação problematizadora já que ter "caráter autenticamente reflexivo, implica num constante ato de desvelamento da realidade [...] busca a emersão das consciências, de que resulte sua inserção crítica na realidade" (FREIRE, 1987, p. 80).

Durante as intervenções o instrumento que materializou a reflexão e o espírito indagador foi o diálogo e a construção das relações entre os sujeitos da aula. Nesse sentido, entende-se que ser professor é o ato de gerenciar estas relações. O que foi feito de modo a não estimular hierarquias, já que se tentou efetivar a desconstrução de relações sociais já enraizadas culturalmente, entre elas, as desigualdades entre classes sociais e do conhecimento.

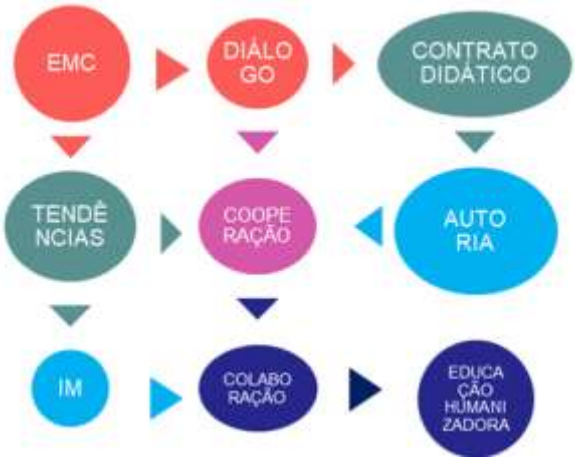
Assim, a concepção principal de coletivo usada foi o cooperativo, o qual Fiorentini e Lorenzato (2012) explicam como sendo aquele em que os envolvidos trabalham para um mesmo fim, mas destacam que, há alguma relação de submissão entre os participantes. No contexto educacional isso se refletiu quando os estagiários oportunizaram responsabilidade (trabalho) aos

estudantes, mas não deixaram o mesmo participar das decisões que dizem respeito ao planejamento da aula.

Cabe ressaltar que se alcançou em alguns momentos de cada aula o coletivo colaborativo já que neles "todos trabalham conjuntamente (colaboram) e se apoiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo" (FIORENTINI, 2010, p. 52). Desta forma, para Oliveira (2017), não houve hierarquia instaurada e nem submissão. Julga-se a prática desta configuração de coletivo como essencial para cumprir-se a proposta das intervenções, já que a prática da EMC passa exatamente por essa ruptura de concepção de coletivo.

Defende-se ainda que as aulas aplicadas atendem a Educação Humanizadora na perspectiva de Oliveira (2017), já que esse tipo de educação promove todos os fatores julgados como relevantes nestas intervenções, como ilustra a Figura 4.

Figura 4 - Articulação do referencial teórico escolhido para o planejamento das intervenções.



Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

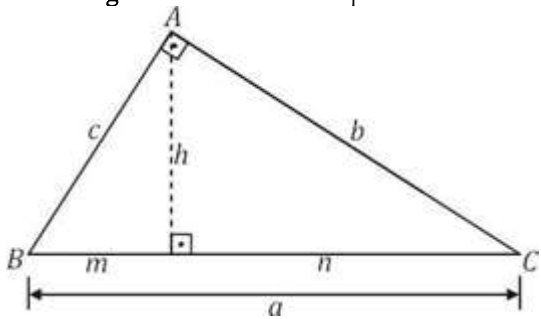
Na seção seguinte as interpelações teóricas da Figura 4 serão explicitadas nos momentos da aula em que apareceram. Estas interpelações dividem-se por aula planejada, seguido da argumentação teórica.

Apresentação e análise das aulas

As aulas planejadas dividiram-se em cinco planos aplicados em quatro intervenções com o conteúdo relações métricas em triângulos retângulos.

Assim, o plano I conteve o contrato didático para criar o ambiente profícuo para instaurar os coletivos cooperativo e colaborativo nos termos descritos na seção anterior.

Figura 5 - Desenho base para a IM.



Fonte: Os autores (2017).

No plano 2 os estudantes foram divididos em seis grupos[5]. Nesta etapa revisaram-se os conceitos sobre semelhança de triângulos e instigou-se a IM, a partir da questão com referência a matemática pura: "Com base na Figura 5, descubra, registre e/ou intérprete relações entre as medidas indicadas".

[5] Neste capítulo as falas dos seis grupos de estudantes em que as atividades das aulas são desenvolvidas são tratadas pela letra G seguida de um número de 1 a 6. A escolha deste número para cada grupo foi arbitrária.

A partir dessa situação os grupos iniciaram os dois primeiros procedimentos destacados por Ponte (2003). Fora solicitado que observassem a relação entre as medidas e alguns grupos conseguiram relacionar já as figuras, o que adiantou o processo de IM. Mesmo assim, foi necessário refinar as conjecturas iniciais por meio da construção dos triângulos retângulos semelhantes e da construção das relações entre eles.

Cada grupo socializou ao menos uma conjectura criada. Nesse momento instaurou-se um princípio de assembleia, onde cada grupo socializou a conjectura e os demais a validaram, refutaram ou discutiram-na. O enredo da discussão é detalhado na sequência, por meio de um excerto do relatório do ECS II.

"Sobre a Figura 5 disseram os estudantes, 'possui três triângulos' (G1), durante a discussão desta conjectura o G2 contribuiu 'os triângulos encontrados têm um ângulo de noventa graus', assim toda a turma chegou ao consenso de que havia na figura três triângulos retângulos.

Noutro momento de socialização, G3 conjecturou: 'entre A e B têm a medida c' e 'entre A e C têm a medida b', em contribuição a isso, o (G4) nomeou as demais medidas, '1ª figura: AC = b; A90º = h e 90ºC = n. 2ª Figura: AB = c; B90º = m e A90º= h. 3ª figura: AB = c; AC = b e BC =a'.

Ainda discutindo sobre as medidas da figura 5, só que agora se restringindo as medidas dos ângulos, G5 observou que: 'O ângulo situado abaixo do vértice A aparenta ter 90º, porém está dividido não exatamente ao meio' o que contrapôs com a conjectura do (G6) que categorizou, no vértice A 'cortamos o ângulo ao meio, ficou 45º para cada lado'. Neste momento houve uma discussão mais fervorosa na turma, em que os estudantes ficaram curiosos para saber qual era a resposta certa, mas como se trata de uma atividade investigativa, os estagiários, propositalmente deixaram essa lacuna para a próxima aula e, depois do processo que irá ser construído, uma dessas conjecturas será validada e outra refutada".

Retomando o planejamento das aulas, o plano de aula 3 veio para atender ao terceiro e quarto procedimento para a IM de acordo com Ponte (2003), já que as razões/relações foram interpretadas pelos estudantes de forma verbal ou algébrica. Com base nessas razões/relações foram aprimoradas as conjecturas iniciais e algumas validadas.

Já o plano seguinte proporcionou aos estudantes um momento de consolidação do aprendizado. Ainda em grupos, tiveram de criar aplicações para as relações deduzidas nas aulas anteriores, num processo de autoria. Assim, pode-se efetivar o coletivo cooperativo e incentivar a autoria, bem como ainda verificar a demonstração de algumas relações que não conseguiram ser totalmente exploradas na aula anterior.

O último plano buscou apreciar a profundidade do aprendizado de cada grupo de estudantes, ao se depararem com as situações problemas elaboradas pelos colegas sobre o referido conteúdo. Neste processo avaliou-se a capacidade de autoria e interpretação dos estudantes em todo este conjunto de aulas, que será detalhado na seção seguinte. Nesta aula, como previa o planejamento, os estudantes mostraram-se prontos para assumirem parte no coletivo colaborativo.

No planejamento destaca-se que a dialogicidade aconteceu durante a construção do contrato didático e nos encaminhamentos para as atividades de construção das conjecturas. Esta atitude provocou a autoria das cláusulas do contrato didático, na formalização das conjecturas e na criação do problema. Por sua vez, a discussão coletiva colaborativa fez-se presente com a reflexão crítica em todas as atividades desenvolvidas no ECS II.

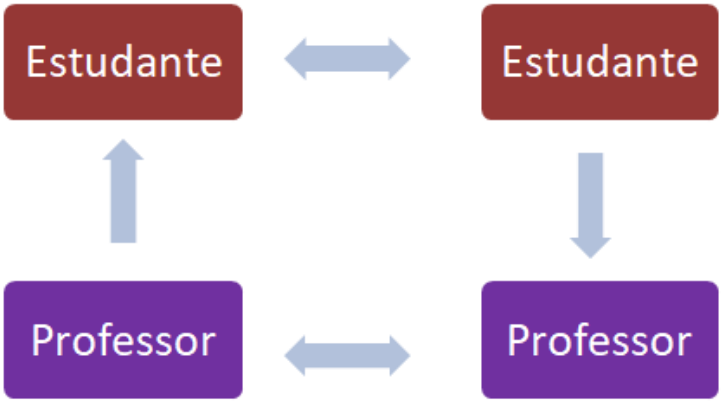
Pactua-se deste modo, que o processo avaliativo é inerente ao processo de ensino e aprendizagem, fato que justifica as reflexões construídas na sessão seguinte sobre este tema.

Concepção de avaliação no ECS II: multidirecionalidade no processo

Como as atividades no ECS II não foram tradicionais, sua avaliação foi processual. Ou seja, foi necessário encontrar uma alternativa no processo de avaliação diferenciada da unilateralidade que a mesma tem no ensino tradicional, do professor para o estudante.

Diante disso delineou-se um processo avaliativo que contemplasse uma multidirecionalidade, processo esse representado na Figura 6. O referido processo deste ECS exige que existam diferentes direções de modo a interpolar a relação entre professor e estudante.

Figura 6 - Movimento multidirecional da avaliação deste ECS II.



Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Esta concepção oportuniza que a avaliação aconteça também num processo de autoria. A mesma foi delineada pelo fato de os autores julgarem indispensável que os estudantes transitem em todos os sentidos do processo. Avaliem o professor e os colegas, auto avaliem-se e sejam avaliados pelos seus colegas e pelos próprios professores, de modo a fazer com que os estudantes tenham maior criticidade na própria aula e para a vida.

A análise desta avaliação consiste numa divisão de quatro momentos avaliativos unidirecionais, a autoavaliação, tanto de professor como de estudantes, (Figura 7, extrema direita e centro-esquerda, respectivamente) ou

a avaliação de estudante para professor, (Figura 7, extrema esquerda) e a avaliação do professor para o estudante, (Figura 7, centro-direita), sem ordem pré-definida. Ressalta-se que a avaliação final foi concebida na perspectiva da Figura 6, ou seja, após passarem as quatro etapas da Figura 7.

Figura 7 - Movimento unidirecional em cada etapa da avaliação deste ECS II.

Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

O modo como cada uma dessas etapas aconteceu no processo avaliativo deste ECS II será destacada na sequência.

Avaliação dos estagiários pelos estudantes

Os dados desta seção foram coletados a partir das respostas dos estudantes da atividade avaliativa aplicada na última aula. Foram levados em conta os seguintes aspectos dos estagiários durante o ECS II: i) Condução das atividades; ii) Mediação para a aprendizagem; iii) Clareza de conceitos matemáticos; iv) Domínio matemático; v) Postura dinâmica e dialógica que foram analisados como adequados ou inadequados. O resultado desta avaliação esta condensado no Quadro I.

Quadro I - Avaliação da postura dos estagiários nas intervenções no 9° ano III da EEBRM –2017, segundo semestre.

Aspecto a ser avaliado	Adequada	Inadequada
Condução das atividades	6	0
Mediação para a aprendizagem	6	0
Clareza de conceitos	6	0
Domínio matemático	6	0
Postura dinâmica e dialógica	6	0

Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

A unanimidade nos aspectos para atitudes adequadas mostra que os objetivos educacionais apenas são alcançados quando são relacionados, no mínimo, os aspectos que aparecem no Quadro I. O alcance de um deles gera o próximo.

Isso é identificável porque de acordo com os estudantes, os estagiários conseguiram comunicar-se adequadamente. Havendo comunicação[6], uma consequência imediata e natural é a mediação para o aprendizado. Tendo clareza nas orientações, é natural que também as explicações sejam claras. As explicações só podem ser claras se o domínio dos conceitos matemáticos acontecer.

Em suma, acredita-se que essa avaliação deu-se majoritariamente pelo fato de as aulas terem sido categorizadas como dinâmicas e dialógicas, acredita-se ainda que tais resultados são frutos da utilização da IM como tendência metodológica.

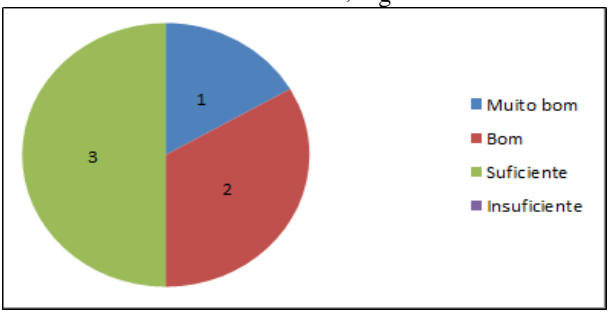
Incluir os estudantes no processo avaliativo foi um reflexo de concordar com Freire (1996) quando diz que, "não há docência sem discência" (p. 26). Com efeito, para Andrade (2003) em uma aula existem dois sujeitos que devem ser avaliados, "o aluno que aprende e o professor que ensina" (p.1). Adotou-se assim uma postura que não só a aprendizagem foi medida, mas também o ensino, já que o desenvolvimento do estudante deve estar relacionado, entre outros fatores, ao desempenho do professor.

[6] Comunicação que tem como fundamento o diálogo e como pressuposto a confiança recíproca e o respeito ao outro na essência do outro.

Autoavaliação do aprendizado pelos estudantes

Ainda referente à atividade avaliativa apresentada no início da seção anterior, os seis grupos de estudantes majoraram suas aprendizagens, o que caracteriza outra parte unidirecional de nossa avaliação multidirecional. O resultado é apresentado no Gráfico I.

Gráfico I - Análise da aprendizagem de cada grupo segundo os estudantes do 9° ano III da EEBRM –2017, segundo semestre.



Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Neste processo G1 e G3 se autoavaliaram como bom, já o G2 muito bom. Por fim, G4, G5 e G6 categorizaram-se como tendo um aprendizado suficiente. Entende-se que proporcionar esta ação aos estudantes é importante porque

> enquanto avaliam as atividades de colegas, os alunos aprendem a avaliar seu próprio trabalho. [...] (esta atitude) significa que a responsabilidade crescente pela sua aprendizagem é imputada ao aluno. Parte-se da avaliação tradicional para a colaborativa (professor e aluno), e da avaliação por colegas para a auto-avaliação (VILLAS BOAS, 2006, p. 12, inserção nossa).

Mesmo sendo a avaliação subjetiva, pode-se perceber que todos os grupos aprenderam e tiveram interesse. Considera-se que o interesse dado às aulas e aos conceitos pelos estudantes poderia ter sido melhor, Porém, o aprendizado atendeu os conceitos necessários.

Avaliação do aprendizado dos estudantes pelos estagiários

A avaliação do aprendizado dos estudantes deu-se também pelos estagiários, por considerar-se que,

> no processo pedagógico pode-se dizer que a figura do professor detém um dos papéis mais relevantes, o de avaliador que, de acordo com suas experiências, seus conhecimentos, crenças e valores – coerentes com um método e determinadas por suas objetividades - dá sentido à avaliação na escola (BACKES, 2013, p.3).

Para tal atitude foi preciso tratar a avaliação como contínua e processual, pois se entende que avaliar "é o ato de diagnosticar uma experiência, tendo em vista orientá-la para produzir o melhor resultado possível" (LUCKESI, 2002, p. 5).

Assim, para efetivar a avaliação, foi preciso olhar para as atividades nas aulas anteriores, dentre elas: a construção das conjecturas iniciais, o cumprimento do contrato didático e as interpretações das relações. Diante disso os estagiários teceram considerações sobre estas atividades de cada grupo.

Inicialmente as avaliações são apresentadas de forma quantitativa, Quadro 2, e em seguida qualitativa, diante desta decisão ressalta-se que a avaliação qualitativa é entendida como aquela que leva

> em conta atitudes, aspirações, interesses, motivações, modos de pensar, hábitos de trabalho e capacidade de adaptação pessoal e social do aluno, aspectos intrínsecos e interrelacionados com a construção do conhecimento (ANDRADE, 2003, p. 1).

Por outro lado, o "ato de avaliar incide sempre sobre alguma coisa que existe [...] quantitativamente" (LUCKESI, 2002, p. 7), isto é o que faz aparecer a dimensão quantitativa da avaliação. Assim, entende-se de acordo com Luckesi (2002) que não existe avaliação unicamente quantitativa e trata-se neste capítulo como inconcebível a dicotomia criada entre essas dimensões. Com efeito, estas são apresentadas em conjunto nessa análise, haja vista que

assim constroem-se para efetivar a "atribuição de qualidade" (LUCKESI, 2002, p. 7), ou simplesmente, avaliação do conhecimento do estudante.

Os critérios para a confecção do Quadro II foram algumas atividades desenvolvidas ao longo das intervenções, i) Participação nas atividades da primeira e segunda intervenções; ii) Criação da sua situação problema na terceira intervenção; iii) Resolução do seu problema, em casa; iv) Resolução do problema do colega na última intervenção.

Quadro II - Avaliação quantitativa das atividades desenvolvidas nas intervenções no 9° ano III da EEBRM –2017, segundo semestre.

Critérios / Grupo	Participação nas primeiras intervenções	Criação do problema	Resolução do seu problema	Resolução do problema do colega
G1	9,0	7,0	10,0	10,0
G2	10,0	9,0	10,0	10,0
G3	8,0	8,0	10,0	5,0
G4	10,0	9,0	10,0	9,5
G5	8,0	--	10,0	10,0
G6	7,0	7,0	10,0	10,0

Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Diante disso foi possível analisar qualitativamente que:

G1 em i) teve uma participação razoável pois mostraram-se omissos em alguns momentos da explicação. Em ii) elaboraram um problema cotidiano, técnico e sem um raciocínio profundo, não aplicaram as duas relações. Porém,

o enunciado estava claro. Em iii) e iv) percebeu-se que resolveram corretamente os problemas, usando as relações e com organização consistente dos cálculos na folha de resposta. De modo geral, G1 participou efetivamente de todas as aulas, porém ficaram tímidos e foram pouco criativos nos momentos de autoria.

G2 em i) participou constantemente das aulas questionando e contribuindo para melhorar o nível de reflexão presente nas intervenções. Em ii) o problema foi original e criativo, utilizaram as relações métricas, porém o enunciado não estava claro e só foi possível compreendê-lo através do desenho. No critério iii) e iv) percebeu-se que conseguiram resolver corretamente o seu problema e o problema criado pelos colegas. De modo geral, participaram ativamente em todos os passos da IM e a autoria foi adequada.

G3 em i) não demonstrou participação intensa nas atividades, somente nos momentos em que eram cobrados. Em ii) elaboraram um problema com o enunciado claro, contextualizado, aplicando mais de uma relação, entretanto usaram os mesmos valores do exemplo feito em sala. No critério iii) percebeu-se que conseguiram resolver corretamente o seu problema. No critério iv) encontraram um obstáculo pois tiveram que resolver um problema em que o enunciado não estava claro. De modo geral, participaram com afinco das aulas, entretanto no próprio grupo não houve interlocução, prejudicando o coletivo, especialmente a colaboração.

G4 no critério i) participou das aulas, questionando e fazendo crescer o nível de reflexão presente nas intervenções. No critério ii) não foram criativos porque usaram o exemplo trazido na aula anterior. Estava aplicado ao cotidiano, usou duas ou mais relações, enunciado claro e teve os dados necessários para a resolução do mesmo. No critério iii) os estudantes mostraram ter uma interpretação correta dos dados postos no enunciado. No critério iv) resolveram corretamente todo o problema, usaram a relação, porém erraram o valor da raiz quadrada. Como a avaliação é processual e na aprendizagem não importa apenas o produto, a questão foi parcialmente considerada com retorno dos problemas encontrados aos estudantes. De modo

geral, participaram ativamente em todos os passos da investigação e a autoria foi adequada.

G5 no critério i) não demonstraram participação intensa nas atividades, faltaram com atitude frente ao planejamento. No critério ii) G5 não entregou, não sendo possível avaliar seu desempenho na referida atividade. No critério iii) percebeu-se que conseguiram resolver corretamente o problema criado pelos professores. No critério iv) resolveram corretamente o problema criado pelos colegas, usando as relações e com organização consistente dos cálculos na folha de resposta. De modo geral, teve uma participação semelhante ao G3, mas teve o agravante de não cumprir todas as tarefas propostas. O colaborativo não aconteceu efetivamente.

A participação de G6 no critério i) foi satisfatória pois perderam a oportunidade de enriquecer a aprendizagem e discussão coletiva. No critério ii) G6 criou dois problemas: no primeiro, o enunciado poderia ser escrito com mais clareza e coerência, foi aplicado ao cotidiano, porém não teve todos os dados necessários e usaram ao menos duas relações. O segundo estava correto, só que simples, usando apenas uma relação. Nos critério iii) e iv) resolveram corretamente os problemas propostos. De modo geral, mostraram gostar de matemática, mas tiveram empenho regular nas atividades propostas.

De acordo com estas análises qualitativas, condensa-se as mesmas no Quadro II, que é esta mesma convertida para a forma quantitativa respeitando os critérios do contrato didático.

Autoavaliação do aprendizado pelos estagiários

Esse processo auto avaliativo diz respeito a reflexão sobre a própria prática docente. Tal processo aconteceu ao longo de todo o ECS II, a escrita do seu relatório bem como a escrita deste capítulo, por serem nesses momentos que foram oportunizadas discussões e reflexões que consideram-se críticas.

Entende-se que este ECS não terminou no momento da prática. Isto porque o ECS deve ser processual e provocador de constantes reflexões da prática indissociada da teoria, caso contrário o mesmo se aproxima da racionalidade técnica, tornando-se assim reprodutivista, Instrucionista, acrítico e não reflexivo.

Considerações Finais

Ao fim das atividades do ECS II, considera-se que a prática efetivada pelo mesmo foi fundamental aos autores deste capítulo por serem docentes em formação. Foi por meio desta prática que os estagiários foram inseridos no ambiente escolar e nela foi possível relacionar o aprendizado teórico ao prático, a fim de preencher algumas lacunas encontradas na licenciatura.

Dentre estas lacunas está a superação da dicotomia teoria e prática. Até o momento estudou-se tendências metodológicas para a EM, entretanto, tais estudos ficaram apenas no campo teórico. Houve a utilização da IM como tendência metodológica, fato que materializou a teoria discutida e mostrou aos autores deste capítulo que os estudantes conseguem serem autores do próprio conhecimento e que, na maioria dos casos, sentem-se confortáveis e motivados por terem esta participação.

Consoantes aos argumentos de Skovsmose (2008), os autores deste capítulo entendem ainda que a EMC deve ser uma perspectiva que perpassa todas as tendências. Nessa prática tal experiência tornou-se possível, pois iniciou com embasamento na IM, conforme discutida por Ponte (2003), mas também foi necessário ampliar o olhar para que a IM não se tornasse acrítica. Para isso foram realizadas algumas ações, como manter questionamentos frequentes frente aos conceitos e a organização necessária do raciocínio para entender ou resolver as situações que aconteceram durante as aulas.

Atentos ao fato de que o processo avaliativo não poderia destoar do restante da prática, este teve uma concepção crítica. Tal concepção levou o

processo avaliativo à multidirecionalidade, ilustrada pela Figura 6. Esta atitude teve como resultado um processo educacional pautado pela criticidade em todos os seus momentos, desde o planejamento à avaliação.

Considera-se esta uma experiência ímpar, porque a mesma caracteriza que o ECS foi além de objetivos burocráticos, por ter sido um espaço de formação e construção da prática humanizadora, pautada no ambiente da Figura 1, cujo foco está no "ser" professor e não apenas "estar" professor. Ainda, o ECS não se encerrou em si mesmo, mas continua sendo objeto constante de reflexão e ação sobre uma prática dissociada da teoria.

Outro fator que leva este ECS ser uma experiência ímpar é poder perceber que os objetivos de uma aula pautada na educação humanizadora podem ser alcançados desde o início da carreira docente. Tal constatação é entendida como relevante devido aos benefícios significativos atingidos nas intervenções por meio da prática pautada na referida educação e na dialogicidade que ela alcança.

Considera-se que tais singularidades emergiram pelo fato das atividades do ECS II terem acontecido no ambiente da Figura 1, considerado pelos autores, o mais prolífero para o alcance do objetivo inicial, a IM numa perspectiva crítica.

Neste ECS, a concepção de Educação ideal faz parte de uma utopia que busca-se constantemente. "Utopia com engajamento histórico, que dialetiza os atos de denunciar a estrutura desumanizadora e anunciar a humanizadora (OLIVEIRA, 2017, p. 272)". Ou seja, sem utopia um sujeito pode se acomodar através de um conformismo que está em acordo com a lógica do mercado e com o poder econômico.

Figura 8 - Movimento das implicações deste ECS II na formação docente.

Fonte: Elaborado pelos autores (2017).

Com efeito, o ECS II mostrou que a educação pode ser um espaço para além do conhecimento específico, mas um espaço de criatividade, tomada de decisão, de questionamentos e de conhecimento reflexivo que está vinculado ao engajamento de futuros professores, como os autores deste relato, de modo a efetivar a teoria que materializa o que cada sujeito entende como melhor educação. O engajamento dos autores deste capítulo acerca da educação é reflexo de uma concepção epistemológica e pedagógica crítica que vem sendo construída ao longo do curso de Licenciatura em Matemática, mais especificamente, na disciplina de ECS II, como ilustra a Figura 8.

Referências

ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Trad. Orlando de A. Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 160 p.

ANDRADE, P. F. **Avaliação da Aprendizagem.** Site & Insight Educação e Comunicação em Revista Acadêmica, Brasília, V.I, 2003.

BACKES, Dorimar Dal Bosco. **Avaliação do processo de ensino aprendizagem:** conceitos e concepções. Cascavel - Paraná, 2013. p.1-13. Disponível em: <http://www.nre.seed.pr.gov.br/cascavel/arquivos>. Acessado em 15 Mar. 2018.

CORRADI, D. K. S. Investigações matemáticas. **Revista da Educação Matemática da UFOP.** Vol. 1. 2011 - XI Semana da matemática e III Semana da estatística. p. 162 - 175.

DEMO, Pedro. **Educar pela Pesquisa**. Campinas, SP: Autores Associados, 1997.

FIORENTINI, D. LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** 3. ed. Revisada. Campinas, SP: Autores Associados, 2012.

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C. e ARAÚJO, J. L. (Orgs). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.** 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. p.49-78.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. Rio de Janeiro, RJ. Paz e Terra. 17.ed. 1987.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996. 92 p.

LUCKESI, C. **Avaliação da aprendizagem na escola e a questão das representações sociais**. Eccos Revista científica. São Paulo: Universidade Nova de Julho. 2002. 8 p.

PONTE, J. P; BROCARDO, J; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula.** 2. ed. Belo Horizonte-MG: Autêntica, 2009. p. 9-53.

PONTE, J. P. **Investigar, ensinar e aprender**. In: ACTAS do PROFMAT. Lisboa: APM. p. 25-39, 2003.

OLIVEIRA, F. P. Z. de. Pactos e impactos da Iniciação Científica na formação dos estudantes do Ensino Médio. 2017. 343 f. **Tese (Doutorado)** – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2017.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papirus, 2008. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

_____. **Educação matemática crítica.** Campinas, SP. Papirus. 6ª Edição. 2011.

Capítulo 6

Bastidores, Cenários e Prática no desenvolvimento do Estágio Curricular Supervisionado

Suelen Sasse Stein[7]
Lariça Frena[8]
Fátima Peres Zago de Oliveira[9]
Ester Hasse[10]

O Estágio Curricular Supervisionado Obrigatório do Curso de Licenciatura em Matemática é uma etapa que articula a teoria e a prática, de forma indissociável, presente desde o planejamento até sua aplicação e posterior reflexão. Neste capítulo, temos como objetivo explicitar os bastidores, as práticas e os cenários apresentados durante o desenvolvimento do Estágio Curricular Supervisionado II, com estudantes do 7° Ano de uma escola do Alto Vale do Itajaí, Estado de Santa Catarina. Apesar de relatarmos as experiências vivenciadas no referido estágio, abordaremos aspectos que impactam no planejamento e no replanejamento, na observação e na prática, aqui tratados numa analogia que envolve os bastidores, cenários e prática. Desta maneira, relatamos e discutimos alguns momentos e atividades relevantes que promoveram a aprendizagem de forma interativa.

---

[7] Licenciada em Matemática no Instituto Federal Catarinense - *Campus* Rio do Sul.
[8] Licenciada em Matemática no Instituto Federal Catarinense - *Campus* Rio do Sul. laricafrena@gmail.com
[9] Docente do Instituto Federal Catarinense - *Campus* Rio do Sul. fatima.oliveira@ifc.edu.br
[10] Docente da Rede Estadual de Santa Catarina - esterhasse1982@gmail.com

Observamos com as atividades realizadas, que o planejamento é importante, porém deve ser flexível para atender as peculiaridades de uma turma. Ressaltamos a necessidade de provocar a curiosidade inicial nos estudantes, embora ingênua, de modo que essa provocação deva ser retomada após a criticização e o aprofundamento do conhecimento, para que os estudantes percebam o quanto aprenderam e, o professor, se a aprendizagem aconteceu de fato.

Considerações Iniciais

O Estágio é um momento especial e único para a formação docente que une teoria e prática, sendo ela indissociável. Fiorentini e Castro (2003, p. 22) explicitam que "a prática de ensino e o estágio supervisionado podem ser caracterizados como um momento especial de formação do professor em que ocorre de maneira mais efetiva, a transição ou a passagem de aluno a professor".

Essa passagem não acontece somente no momento de realização do estágio, mas, também, entre ideias, experiências e desafios (CANÁRIO, 2001). A transição aluno e professor torna-se significativa, desde o primeiro contato com a graduação e a teoria estudada: a didática, as metodologias, as concepções, a área do conhecimento que é o foco do estágio, no caso, a matemática.

Todas essas contribuições durante o curso influenciam diretamente na postura do professor e no seu planejamento. É um desafio aos professores cumprir sua programação didática, devido ao tempo, ao currículo oculto, ao engessamento dos conteúdos, ao tempo de aprendizagem e às especificidades de cada turma.

Ainda, retratando a formação de professores, Pimenta (2001) constata uma distância entre o processo formativo de professores e a realidade das

escolas. Dessarte, a relação entre a teoria estudada e a prática vivenciada no ambiente profissional inter-relacionam a formação e o trabalho.

Por outro lado, Pimenta (2002) ressalta que a formação docente não se constrói apenas por acumulação de cursos, de conhecimentos ou de técnicas, mas por meio de um trabalho de reflexão crítica sobre as práticas e de uma reconstrução permanente de uma identidade pessoal.

No que se refere à execução da aula no processo de formação de professores, Canário (2001, p. 32) destaca a importância da prática durante o curso, onde a questão central é a "articulação entre a formação e o exercício do trabalho (que) constitui o ponto nevrálgico da organização inicial de professores". O cenário de formação e de trabalho é fundamental na formação de prática dos futuros professores. Essa relação formação-trabalho ajuda a desenvolver as práticas do desenvolvimento de lidar com a realidade e atender as necessidades reais. A partir dessas concepções e da experiência vivenciada no Estágio, pretendemos neste capítulo, explicitar os bastidores, as práticas e os cenários apresentados durante o desenvolvimento do Estágio Curricular Supervisionado II, com estudantes do 7° Ano de uma escola do Alto Vale do Itajaí, Estado de Santa Catarina.

Bastidores versus Prática constituída pelos cenários

O Estágio compreende uma experiência de bastidores não percebida sem a vivência de todo o processo de preparação, planejamento, observação e estudo, para posterior aplicação. Ou seja, momentos que transcendem a visão simplista de uma prática desvinculada da teoria e dos bastidores.

À vista disso, buscamos através de aprofundamento teórico, compreensões de estágio que também o vinculasse com a área específica em que foi desenvolvido. Dentre elas, nos deparamos com uma analogia entre estágio e grandeza vetorial proposta por Carvalho (1985, p. 4) que define o estágio como uma "grandeza vetorial", vinculando o estágio com o conceito

de vetor, o qual é constituído por módulo, a direção e o sentido. A autora assimila o módulo à carga horária do estágio; a direção corresponde a uma reta que une a formação docente com a realidade da escola. Já o sentido definiu-se como uma "via de mão dupla", que articula a Instituição de Ensino Superior com a escola através de um coletivo colaborativo[11].

Outra analogia que norteia esse texto se refere aos bastidores, cenários e práticas. Os bastidores se constituem nos elementos que guiam o estágio no que diz respeito ao planejamento, discussões coletivas e o olhar reflexivo para a prática; os cenários são os momentos em que a prática nos fez refletir sobre o planejamento à luz da teoria e que provocou um replanejamento; já a prática foram os momentos de contato direto com os alunos e que provocaram novos cenários que instigaram, nos bastidores, a replanejar as ações.

Ou seja, a experiência do estágio pôde proporcionar um preparo emocional, estrutural, criativo, científico, estético e pedagógico, que foi se moldando em todas as suas etapas, com destaque nas intervenções em sala de aula. É fato que essa experiência não terminou no estágio, e ainda continua provocando reflexões posteriores, como é o caso das geradas para a construção deste capítulo.

Nesse contexto, realizou-se o processo de acompanhamento pelo professor orientador e supervisor, além das instituições envolvidas, como parte dos bastidores, o qual acontece desde o planejamento até a finalização da escrita e análise das intervenções. Cabe ressaltar a importância desse coletivo colaborativo no planejamento e na prática em sala de aula.

O olhar para o estágio enquanto grandeza vetorial, no que tange à direção e sentido, possibilita o compromisso docente e a articulação com os fundamentos de conceitos específicos e pedagógicos. E também envolve o aprofundamento da legislação nacional e regional, no nosso caso, a

---

[11] Coletivo colaborativo definido na perspectiva de Fiorentini (2010, p.52), segundo a qual "todos trabalham conjuntamente (colaboram) e se apoiam mutuamente, visando atingir objetivos comuns negociados pelo coletivo do grupo".

responsabilidade de estar em conformidade com a Proposta Curricular de Santa Catarina (2015).

Tendo como direção dessa discussão os fundamentos apresentados até aqui, relatamos a seguir nossas vivências, que transitam desde o processo de planejamento até posterior aplicação e reflexão das intervenções, correlacionando os bastidores e cenários durante a prática de Estágio.

O processo de criação e sistematização das aulas segue a concepção de planejamento apresentada por Vasconcellos (2000, p. 79), segundo a qual "Tem por finalidade procurar fazer algo vir à tona, fazer acontecer, concretizar, e para isto é necessário estabelecer as condições objetivas e subjetivas prevendo o desenvolvimento da ação no tempo".

Dessa forma, as aulas foram projetadas cientes de que, independente do planejamento e preparação "o educador nunca estará definitivamente 'pronto', formado, pois que sua preparação, a sua maturação se faz no dia-a-dia, na meditação teórica sobre sua prática" (CANDAU, 2000, p. 89).

Assim como o professor, o aluno também tem seu tempo e seu processo de maturação para a aprendizagem. Ressaltamos que "ensinar não é fazer aprender imediata e instantaneamente" (SOUZA-E-SILVA, 2004, p. 93). Há diferentes tempos de ensino e aprendizagem, para os alunos que precisam ser concebidos na sua individualidade.

Então, o professor é o mediador dos tempos e das ações durante esta trajetória, a fim de transformar o planejamento em "um plano de ação adaptável às circunstâncias" (SOUZA-E-SILVA, 2004, p. 93), tendo sempre o aluno como protagonista. Salientamos que todas as alterações referentes ao planejamento realizadas nas intervenções se deram com foco no crescimento conjunto. Isto é, coadunamos com Freire (1975) de que professor e aluno são sujeitos do processo ensino e aprendizagem.

Ao se tratar da nossa prática, ocorreram alguns bastidores não pensados. Ao chegar o dia de iniciação e aplicação do planejamento, realizamos a meditação teórica proposta acima por Candau (2000) e corroborada por Libâneo (2005, p. 76) ao alertar que "A reflexão sobre a prática não resolve

tudo, a experiência refletida não resolve tudo. São necessárias estratégias, procedimentos, modos de fazer, além de uma sólida cultura geral, que ajudam a melhor realizar o trabalho e melhorar a capacidade reflexiva sobre o que e como mudar".

As mudanças ocorridas em nosso planejamento refletiram todos estes aspectos, considerados como bastidores do replanejamento. Em nosso planejamento não havia nenhum momento de apresentação[12] dos alunos para com o professor, e do professor para com os alunos. Porém, na prática, foi necessária a criação dessa primeira interação, através de uma dinâmica.

A dinâmica envolvia o fogo, elemento que, segundo Heráclito, é a essência de todas as coisas (ARANHA, 1993). Na primeira aula ele foi a essência de cada ser, de cada aluno, de cada indivíduo que estava presente. A dinâmica ocorreu da seguinte maneira: cada aluno acendia um fósforo ou mais e relatava seu nome, suas características, suas qualidades, seus defeitos, seus hobbies, seus lazeres. O aluno era livre para falar o que quisesse e como quisesse, respeitando o tempo limitado pelo fogo e a individualidade de cada um.

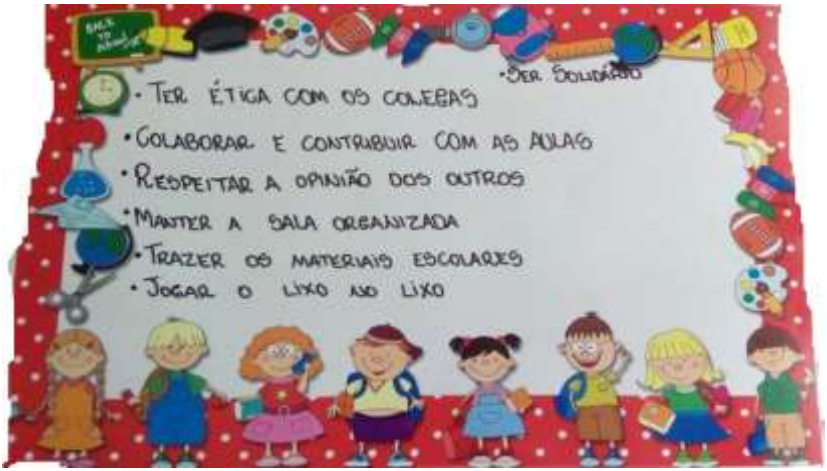
Estes momentos informais são necessários no processo de ensino e aprendizagem através dessas trocas sociais. É fundamental criar um vínculo entre o aluno, o professor e o espaço escolar (CUNHA, 2012).

Criado esse vínculo, realizamos com os alunos o contrato didático, definindo colaborativa mente comportamentos, regras, métodos na relação aluno e professor (BROUSSEAU, 1982). O contrato didático ficou exposto na sala de aula durante todo o período de estágio, em layout que aborda o respeito e à diversidade, a fim de valorizar as diferenças e promover a igualdade.

---

[12] Apresentação com foco em conhecer os nomes, suas características pessoais, hobbies e lazeres.

Figura 1 - Contrato Didático



Fonte: Do(s) autor(es)

Ao ser exposto o contrato didático na sala, percebemos poesias expostas nas paredes da sala de aula, as quais foram criadas pelos próprios alunos na aula de português, abordando diversos temas controversos e relacionados ao preconceito. O tema das poesias veio ao encontro da nossa discussão na construção do contrato didático. Compreendemos que além da matemática e do número, somos educadores acima de tudo, e não podemos deixar de lado esse momento de reflexão. Dessa maneira, o atrelamos às nossas intervenções, tornando a abordagem mais dialógica (FREIRE, 1987, 1996).

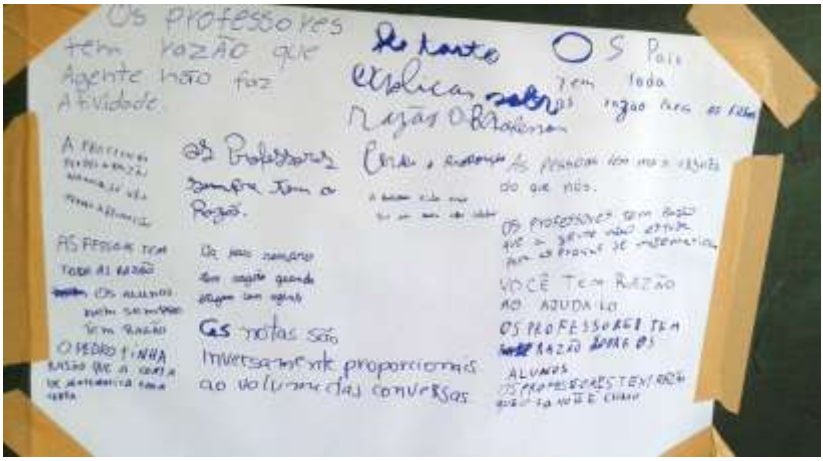
Optamos, didaticamente, por não seguir rigorosamente uma metodologia de ensino ou uma tendência em Educação Matemática, porém temos concepções imbricadas na prática que envolve a Educação Matemática Crítica (SKOVSMOSE, 2007) e uma concepção humanizadora (OLIVEIRA, 2017).

Dessa forma, organizamos situações de ensino e aprendizagem destacando acontecimentos do cotidiano dos alunos com um olhar crítico reflexivo, situações-problemas em diferentes contextos e o uso de tecnologias.

O tema proposto foi razão e proporção e nossa primeira atividade, tornou-se diagnóstica informal. Ocorreu no início das nossas intervenções, buscando "localizar cada estudante em seu momento e trajetos percorridos" (HOFFMANN, 2008, p. 68). Assim, individualmente os alunos se deslocaram até o quadro, onde estava colada uma cartolina branca, e nela escreveram algumas frases aleatórias associando às palavras razão e proporção, como preferissem. O resultado pode ser analisado na imagem abaixo.

As frases, observadas na imagem 2, não revelaram um conhecimento conciso sobre o tema razão e proporção, tampouco valores humanos que possibilitam a igualdade de discussão e de direitos. Mas evidenciaram relações de poder e autoritarismo de pais e professores, além de demonstrar o inadequado comportamento da turma em função da realização de atividades, desrespeito para com os professores, entre outros.

Figura 2 - Frases sob Tema "Razão e Proporção"



Fonte: Do(s) autor(es)

Neste momento, após reflexão, abriu-se um novo cenário que provocou a alteração do planejamento, com o objetivo de intervir nessa situação. Mesquita (2011 p. 86-87) enfatiza que ser professor vai além de ser um

facilitador de aprendizagem, mas "é fazer com que os alunos sejam competentes para ultrapassar situações, nomeadamente, problemáticas, o que significa formá-los e orientá-los, levá-los pelo melhor caminho".

Nas intervenções, analisando as características das frases escritas pelos alunos, buscamos uma relação aluno e professor que permitisse fortalecer a autoconfiança dos alunos em seus potenciais. Ou seja, uma retomada implícita no contrato didático, a partir de um cenário constituído pela prática. Então, os planejamentos das aulas, nos bastidores, foram reorganizados. A ordem das aulas (a prática) foi repensada em função do processo dialógico, estabelecendo um ensino horizontal (MIZUKAMI, 1986) entre aluno e professor, na perspectiva pedagógica histórico-crítica.

Os conceitos de razão e proporção foram construídos coletivamente, com nossa mediação. Entendemos e concordamos com D'Ambrosio (1989) que os conceitos matemáticos são fundamentais para compreensão do conteúdo proposto e precisam estar ligados ao dia-a-dia do aluno.

Seguindo o princípio do coletivo colaborativo, as grandezas diretamente proporcionais foram formalizadas, contextualizando o ensino com a quantidade e o preço das mercadorias do mercado, a partir de panfletos coletados no comércio das redondezas. As grandezas inversamente proporcionais foram contextualizadas com as viagens, em relação a tempo e a velocidade média.

Assimilados esses conceitos, propomos atividades com exercícios e problemas de aplicação planejada, nos bastidores. A execução tinha como princípio a manipulação matemática, também necessária para a aprendizagem, porém de maneira mecânica (D'AMBROSIO, 1986). Então se utilizou o livro didático adotado pela instituição de ensino que propunha diversas contextualizações sobre o tema, onde um novo cenário redirecionou a prática, promovendo assim uma nova lista crítica, reflexiva e diversificada.

Essa nova lista envolvia conceitos como: escala, densidade demográfica, velocidade média e porcentagem. Micotti (1999, p. 54) defende esse tipo de prática de ensino, ao afirmar que "a aplicação dos aprendizados em contextos

diferentes daqueles em que foram adquiridos exige muito mais que a simples decoração ou a solução mecânica de exercícios: domínio de conceitos, flexibilidade de raciocínio, capacidade de análise e abstração".

A lista foi analisada e avaliada qualitativamente, com atribuição de uma nota quantitativa, exigida pelo sistema de ensino. Porém, a avaliação aqui defendida é processual. Luckesi nos aponta que (2008, p. 165) "A avaliação é um ato de investigar a qualidade dos resultados intermediários ou finais de uma ação, subsidiando sempre sua melhora".

Sob esta perspectiva, se deu a correção, com o intuito de garantir a aprendizagem dos alunos. Atente-se ao fato de que a avaliação não ocorreu apenas neste momento, mas sim em todo o conjunto de ações pré e pós esse momento formal (QUINTANA, 2003). Por isso, apesar de gerar um valor numérico, ela foi analisada de forma processual, com características da avaliação qualitativa sobrepondo à quantitativa.

Outro tema que permitiu explorar os conceitos de razão e proporção foi a razão áurea, cujo estudo foi conduzido como atividade investigativa.

Salienta-se que a escola passava por um momento de transição de professores temporários (ACTs), tendo, assim, que haver mudanças nos horários das aulas. Novaes (2005) indica que isso é muito comum nas escolas brasileiras.

Para realização da atividade investigativa, estava planejado solicitar aos alunos que trouxessem alguns materiais diferenciados, a fim de medi-los, organizar os dados e realizar conjecturas (BIEMBENGUT, 1999).

Em virtude dos horários e do cotidiano escolar, não foi possível solicitar aos alunos alguns objetos com medidas a partir da razão áurea. Então, foram utilizados materiais que eles dispunham na mochila, como livros, cadernos, celulares, entre outros. Abaixo tem uma amostra da realização da atividade.

Figura 3 - Atividade Investigativa Razão Áurea

Fonte: Do(s) autor(es)

Após finalizar as medições, os alunos organizaram os dados e perceberam uma aproximação nos valores, mas não chegaram a nenhum número específico. Daí, com nossa mediação, contextualizou-se a razão áurea.

A contextualização matemática ocorreu de forma crítica (CIVIERO, 2016) levando em consideração aspectos de beleza humana, marketing e consumismo. Foi promovida, assim, através de uma atividade matemática, uma reflexão em torno dos temas abordados. Conforme cita Skovsmose (2006, p. 119) utilizou-se do diálogo com "uma certa interpretação investigativa" e crítica. Na reflexão retomou a discussão sobre preconceitos relacionados a beleza humana, isso porque o número áureo é também chamado de número da beleza. Ou seja, a razão áurea é uma constante entre relações de medidas do corpo humano presente em todas as pessoas.

O diálogo promovido para a última atividade relatada foi além do tempo planejado para realizá-la. E, devido à duração do estágio, necessitou-se de uma

nova discussão em torno do planejamento (os bastidores), onde optamos por não realizar uma atividade integrada com a disciplina de artes.

Ao encaminharmos para o encerramento formal das intervenções, resgatamos a necessidade de discutir com os alunos as frases escritas no cartaz da segunda aula (Imagem 2). Essa retomada foi pautada pela necessidade de criticizar um conhecimento inicial ainda ingênuo.

Decidiu-se, então, abordá-las de forma dinâmica, em uma atividade diferenciada e fora da sala de aula, a qual, nos bastidores, tinha sido planejada para um outro momento.

A referida atividade foi realizada em ambiente externo porque, conforme nos alerta Cagliari (2002, p. 25), a postura do aluno pode ser diferente fora da sala de aula, ou seja "Fora de seus muros. A maneira como se fala, como se deixa falar, sobretudo como se pergunta e como são aceitas as respostas, muitas vezes é usada não para avaliar o desenvolvimento intelectual do aluno".

Essa atividade mostrou um novo cenário, que provocou um ambiente de discussão crítica. Foi uma atividade espontânea, que pretendeu contribuir informalmente para a formação dos alunos como cidadãos[13]. A sua dinâmica ocorreu a partir do popular jogo de Queimada.

Para realização da dinâmica, seriam necessários alguns materiais para demarcação de espaço. Foram utilizados os materiais que eles tinham - casacos, tênis, chinelos - de forma que todos precisaram contribuir na criação do ambiente do jogo.

No primeiro momento, realizou-se uma conversa colocando que o mesmo que ocorre ali, acontece em sala de aula. O objetivo, com esse primeiro diálogo, foi discutir sobre as frases escritas por eles e apresentadas na imagem 2, sendo: "Os professores têm razão que o 7º ano é chato", "Os professores têm toda a razão que a gente não faz atividade", "Os professores têm razão que a gente não estuda para a prova de matemática". A discussão teve como foco o coletivo e a igualdade entre os diferentes seres humanos. Ainda, foi

[13] Referimo-nos "a cidadania que sabe pensar, ou seja que não só aprecia ciência e tecnologia para fins sociais, éticos e cidadãos" (DEMO, 2014, p.12 apud Oliveira (2017, p. 28)).

enfatizado o compromisso de um coletivo colaborativo, ou seja, que se todos participam das aulas, se comprometem com a turma, algumas frases não fariam mais sentido.

Ainda, felicitamos o companheirismo em relação às atividades em sala, relatadas nas frases "O Pedro tinha razão que a conta de matemática estava certa", "Você tem razão ao ajudá-lo". Estas relações se evidenciam, pois a educação implica, necessariamente, uma interação entre as pessoas (ALMEIDA, 1999).

Ao explicar a brincadeira, distorceram-se as regras propositalmente. Os alunos colocavam as ideias deles e as nossas divergiam. Para finalizar a atividade e discussão, focou-se nas frases "As pessoas têm todas as razões", "Os professores sempre têm razão", "Os pais sempre tem razão quando brigam com a gente", "As pessoas têm mais razões do que nós", "Os pais tem todas as razões para os filhos", "Os professores têm razão sobre os alunos". A reflexão ocorreu no sentido que os pais e professores não são os "donos" da razão, mas seres humanos. Os alunos e os filhos podem, com respeito, questioná-los e discutir com eles ideias, temas e diferentes pontos de vista. Libâneo (1994, p. 250) destaca esse importante papel do professor de ouvir os seus alunos: "O professor não apenas transmite uma informação ou faz perguntas, mas também ouve os alunos".

E com essa participação e envolvimento encerramos o breve período de intervenção, mas, não se encerraram nossas reflexões. Estamos cientes da importância do ato de replanejar diante de cenários para novas práticas constituídas a partir, também, de práticas realizadas. Dessa maneira, analisamos as mudanças ocorridas em nosso planejamento (os bastidores), conforme perspectiva de Vasconcellos (2000, p. 159), "é certo que o projeto não pode se tornar uma camisa de força, obrigando o professor a realizá-lo mesmo que as circunstâncias tenham mudado radicalmente, mas isto também não pode significar que por qualquer coisa o professor estará desprezando o que foi planejado".

Considerações finais

Esse capítulo objetivou apresentar o relato de experiência desenvolvido durante atividade de estágio supervisionado do curso de Licenciatura em Matemática. A construção de aprendizagem no processo de formação de professores é um dos objetivos principais do estágio. Também é fundamental, após a finalização do Estágio refletir sobre o que ocorreu, conforme planejado (bastidores), e o que foi alterado na prática, a partir dos cenários que articularam a indissociabilidade entre teoria e prática.

Destacamos, que a sala de aula é um ambiente flexível, que acontece num movimento pedagógico com possibilidades de mudanças, a fim de melhorar o processo de aprendizagem. No caso, utilizou-se as atividades planejadas, porém, não na ordem prevista.

Apesar de ter ocorrido mudanças, durante o processo de intervenção, na organização das aulas, o estágio não só atendeu as expectativas, mas, talvez, as superou por ter se apresentado como uma prática em movimento articulado com a teoria. Entendemos que o bom planejamento de ensino é aquele que melhor se adapta à realidade sociocultural em que o aluno está inserido. É, ainda, aquele que visa objetivos concretos com a utilização de linhas contínuas de pensamento, mas flexíveis o bastante para tomar caminhos diferenciados, sem perder a direção.

O conceito inicial de contextualização estava constituído de certa ingenuidade, porém o mesmo foi sendo criticizado no decorrer do desenvolvimento do Estágio Supervisionado II, à luz de Kato e Kawasaki (2011), que ampliam a abrangência de um trabalho pedagógico diversificado. Nesse sentido, a contextualização foi abrangente e atendeu a área específica, inter-relacionando os conceitos da própria área aproximando a área específica do cotidiano dos alunos, e aplicando os conceitos matemáticos a partir de temas controversos da sociedade contemporânea numa perspectiva histórica, social e cultural.

Referências

ALMEIDA, A. R. S. **A emoção na sala de aula.** Campinas: Papirus, 1999.

ARANHA, M. L. de A.; MARTINS, M. H. P. **Filosofando: introdução à filosofia.** 2. ed. rev. e atual. São Paulo: Moderna, 1993. 395 p.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática.** Blumenau: Fundação Universidade Regional de Blumenau, 1999. 134 p.

BROUSSEAU, G. **Ingéniere didactique.** D'un problème à l'étude à priori d'une situation didactique. Deuxième École d'Été de Didactique des mathématiques, Olivet: 1982.

CAGLIARI, L. C. **Alfabetização e linguística.** São Paulo: Scipione, 2002.

CANÁRIO, R. **A prática profissional na formação de professores.** In: CAMPOS, Bártolo Paiva. Formação profissional de professores no ensino superior. Porto: Porto Editora, 2001.

CANDAU, V. M. **Reinventar a escola.** Petrópolis, RJ: Vozes, 2000.

CARVALHO, A. M. P. **Prática de ensino:** Os estágios na formação do professor. 1.ed. São Paulo: Livraria Pioneira Editora, 1985.

CIVIERO, P. A. G. **Educação Matemática Crítica e as implicações sociais da Ciência e da Tecnologia no Processo Civilizatório Contemporâneo:** embates para Formação de Professores de Matemática. 2016. 382 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

CUNHA, A. E. **Práticas Pedagógicas para a inclusão e diversidade** 2. ed. Rio de Janeiro: Walk, 2012.

D'AMBROSIO, B. S. **Como Ensinar Matemática Hoje?** SBEM, Brasília, ano 2, n.2, p.15-19, 1989.

D'AMBROSIO, U. **Da realidade à ação:** reflexões sobre educação e matemática . 6. ed. São Paulo: Summus, 1986. 115 p.

FIORENTINI, D.; CASTRO, F.C. de C. **Tornando-se professor de matemática**: O caso de Allan em prática de ensino e estágio supervisionado. In: FIORENTINI, D. (org). Formação de professores de matemática: explorando novos caminhos com outros olhares: Campinas: Mercado de letras, 2003.

FORMOSINHO, J. **A formação prática de professores.** In: CAMPOS, Bártolo Paiva. Formação profissional de professores no ensino superior. Porto: Porto Editora, 2001, p. 46-64.

FREIRE, P. **Educação como prática de liberdade.** Rio de Janeiro. Paz e Terra. 148 p. 1975.

_____, P. **Pedagogia do Oprimido.** Rio de Janeiro. Paz e Terra. 1987.

GIOVANNI, L. M. **Do professor informante ao parceiro**: reflexões sobre o papel da universidade para o desenvolvimento profissional de professores e as mudanças da escola, Caderno Cedes. O professor e o ensino: novos olhares, ano XIX, no. 44, Campinas, Unicamp, abril/98. P: 46-58

GOMES, N. L. **Educação e Diversidade Étinocultural.** In: RAMOS, ADÃO, BARROS, (coordenadores). **Diversidade na educação: Reflexões e experiências.** Brasília: Secretaria de educação média e tecnológica, MEC/2003.

HOFFMANN, J. M. L. **Avaliar**: respeitar primeiro, educar depois. Porto Alegre, RS: Mediação, 2008.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez Editora, 1994.

_____, **Educação Escolar:** políticas, estrutura e organização. São Paulo: Cortez, 2005.

LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar:** estudos e proposições. 19. ed. São Paulo. Cortez. 2008.

MENEGOLLA e SANT'ANA, M. e I. M. **Porque Planejar? Como Planejar?** Currículo e Área-Aula. 11. ed. Petrópolis:Vozes, 2001.

MESQUITA, E. **Competências do Professor, Representações sobre a formação e a profissão.** Lisboa: Edições Sílabo, 2011.

MICOTTI, M. C. de O. **O ensino e as propostas pedagógicas.** Ln: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

MIZUKAMI, M. da G. N. **Ensino:** as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986.

NOVAES, L. C. **A escola perdida:** a boa escola e o bom aluno no discurso de pais e professores. 2005. 243 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

OLIVEIRA, F. P. Z. **Pactos e impactos da iniciação científica na formação dos estudantes do ensino médio.** Universidade Federal de Santa Catarina. 2017. 343 p.

PIMENTA, S. G. **O estágio na formação de professores**: unidade teoria e prática? 4. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

_____. (Org.). **Saberes pedagógicos e atividade docente**. 3. ed. São Paulo: Cortez, 2002.

QUINTANA, H. E. O portfólio como estratégia para a avaliação. In: BALLESTER, M. et al. **Avaliação como apoio à aprendizagem.** Porto Alegre: Artmed, 2003.

SANTA CATARINA. **Proposta Curricular de Santa Catarina:** Educação Inf antil, Ensino Fundamental e Ensino Médio (Disciplinas Curricculares). Flori anópolis: COGEN, 1998.

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica:** incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007. 304 p.

_____. **Educação Matemática Crítica:** A questão da democracia. 3. ed. Campinas: Papirus, 2006 (Coleção Perspectivas em Educação Matemática), 160 p.

SOUZA-E-SILVA, M.C.P. O ensino como trabalho. In: MACHADO, A.R. **O ensino como trabalho:** uma abordagem discursiva. Londrina, Eduel, 2004.

VASCONCELLOS, C. dos S.: **Planejamento Projeto de Ensino-Aprendizagem e Projeto Político-Pedagógico** Ladermos Libertad-1. 7. ed. São Paulo, 2000.

THERRIEN, J. Uma abordagem para o estudo do saber da experiência das práticas educativas. In: XVIII Reunião Anual da Anped. **Anais...** [S.l.: s.n.], 1995. Caxambu

Capítulo 7

A dialogicidade como princípio da Matemática crítica desenvolvida no Estágio Curricular Supervisionado Obrigatório II do curso de Licenciatura em Matemática

Alan Felipe Bepler[14]
Fátima Peres Zago de Oliveira[15]
Elisângela Regina Melz[16]

Os Estágios Supervisionados I e II do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense (IFC), *campus* Rio do Sul, Santa Catarina (SC), tem como essência a observação e a intervenção pedagógica, respectivamente, com indicação para que ocorram numa mesma turma. Os Estágios foram realizados em uma Escola Estadual de Rio do Sul e, por motivos advindos do ambiente escolar, teve a observação realizada no 6º ano e a intervenção, no 7º ano. As experiências vivenciadas com os estudantes em seu processo de aprendizagem tiveram como foco a dialogicidade e compõem o capítulo ora apresentado. Neste relato, explicitamos as concepções e osmotivos para utilizá-las, bem como justificamos o fato de termos fundamentado os planos de aula na concepção de matemática crítica.

---

[14] Licenciado em Matemática no Instituto Federal Catarinense – *Campus* Rio do Sul. E-mail: alanfelipeb50@gmail.com
[2] Docente do Instituto Federal – *Campus* Rio do Sul. E-mail: fatima.oliveira@ifc.edu.br.
[16] Docente do Instituto Federal – *Campus* Rio do Sul. E-mail: elisangela.melz@ifc.edu.br

Para início de conversa...

Neste capítulo, nos detemos na descrição do Estágio Curricular Supervisionado Obrigatório II realizado e/ou orientado pelos autores, conforme já anunciado, com uma discussão sobre outros elementos que promovem, numa perspectiva dialógica, a indissociabilidade entre teoria e prática nos cursos de formação para professores.

Esclarecemos que realizamos os Estágios Curriculares Supervisionados I e II na Escola de Educação Básica mais antiga do Alto Vale do Itajaí, SC, fundada em 1915 como uma escola privada, tornando-se pública dois anos depois. Nessa escola, o coletivo de professores, estudantes e gestores participa da construção pedagógica e da tomada de decisões para que esteja em sintonia com a dimensão histórica da humanidade e com as mudanças constantes e ubíquas que ocorrem cada vez mais velozes no mundo contemporâneo (POSTMAN; WEINGARTNER, 1971).

Nesse sentido, as finalidades do Estágio Curricular Supervisionado II foram além de uma simples atividade prática instrumental. Buscamos a epistemologia do Estágio pautada na ética e na estética da prática (FREIRE, 1996), atendendo à demanda de contextualizar outras disciplinas para subsidiarem ainda mais a prática e a produção do relatório.

Sobre o Estágio em cursos de licenciatura, há algumas concepções que são apresentadas por Pimenta e Lima (2011). Uma delas é conceber o Estágio como a prática da imitação e da instrumentalização técnica, ambas com posturas dicotômicas em que a teoria e a prática são tratadas isoladamente. A outra concepção vê o Estágio como atividade teórica que permite conhecer e se aproximar da realidade por meio da prática.

Entendemos e defendemos o Estágio como um momento de imbricar a teoria à prática. Nesse contexto, concordamos com Pimenta e Lima (2010, p. 43) de que o Estágio seja um momento que possibilita evidenciar o papel da teoria no processo educativo:

> [...] oferecer instrumentos e esquemas para análise e investigação que permitam questionar as práticas institucionalizadas e as ações em questionamentos, uma vez que as teorias são explicadas sempre provisórias da realidade.

O questionamento das práticas e das ações institucionalizadas ultrapassa os limites da sala de aula e abrange outras instâncias colegiadas da escola, como um aspecto indispensável de análise da instituição, pois "analisar a escola como instituição é aprender o sentido global de suas estruturas e de seu conjunto de normas, valores e relações, numa dinâmica singular e viva" (VEIGA, 2011, p. 113).

Conforme já mencionado, nos Estágios Curriculares Supervisionados Obrigatórios I e II do curso de Licenciatura em Matemática do IFC, *campus* Rio do Sul, acontecem vivências de observação da Unidade Escolar e de intervenção em sala de aula respectivamente.

Em se tratando do Estágio II, a ênfase está em inserir na prática a partir do planejamento do professor supervisor[17], conteúdos e conceitos previstos. Porém, a maneira de abordar o conteúdo fica a critério do estagiário e o leva, por vezes, a interferir nas aulas já planejadas pelo professor supervisor. Além disso, o desenvolvimento do conteúdo acontece a partir de um cronograma preestabelecido, com tempo determinado que, nem sempre, permite retornar às fragilidades expostas pelos educandos. Dessa maneira, o cronograma pode inviabilizar, ao longo dos conteúdos posteriores, a superação de fragilidades relacionadas ao conhecimento dos educandos. Não estamos afirmando que o ensino se respalde numa perspectiva linear de abordagem de conceitos, mas que a apreensão frágil de um conceito pode se tornar barreira no processo de ensino e aprendizagem.

Nesse contexto, as práticas do Estágio podem centralizar a indissociabilidade da teoria e da prática, a qual, quando conciliada com uma abordagem pedagógica adequada à turma, possibilita o diálogo com os educandos. Torna-se, então, um espaço para conversa mútua, trocas de

[17] O professor supervisor do estágio atua na turma em que o estagiário realiza o Estágio. É habilitado e pertence à Instituição Concedente de Estágio.

experiências e meios para provocar o educando para aprofundar o conhecimento. Alves (2008, p. 21) menciona que "a tarefa do professor é a mesma da cozinheira: antes de dar a faca e o queijo ao aluno, provocar a fome".

Um ambiente que estimule o diálogo e que proporcione segurança, com dosagem de motivações do professor para o conhecimento, acende, no educando, centelhas de interação e de curiosidade pelo novo, dependendo, porém, das atitudes de provocações e da relação de confiança estabelecida entre os sujeitos envolvidos. Nesse sentido, é fundamental fazer os educandos participarem da aula – tarefa não fácil –, pois parece ser mais cômodo ouvir do que pensar, haja vista que estão acostumados a ter as respostas prontas (CARVALHO, 2012).

Para o professor superar o paradigma de que ouvir é mais fácil do que pensar, também necessita instigar a participação do educando. Para tanto, é mister estabelecer um ambiente que o estimule e lhe dê segurança, para que ele possa expor suas ideias, dialogando, questionando e, principalmente, possibilitando espaços de trocas. Cabe lembrar, no entanto, que o indispensável passo para desmantelar o paradigma é estabelecer uma relação dialógica com o educando da qual emergirão todas as características anteriormente mencionadas.

Nessa relação, "os sujeitos dialógicos aprendem e crescem na diferença, sobretudo, no respeito a ela [...]", caracterizando-se a dialogicidade verdadeira como "[...] a forma de estar sendo coerentemente exigida por seres que, inacabados, assumindo-se como tais, se tornam radicalmente éticos" (FREIRE, 2011, p. 59).

Em tal contexto, segundo Milani et al. (2017, p. 223), "para o diálogo acontecer são necessários dois elementos primordiais: ação e reflexão", além de que ele "não se esgota na relação 'eu-tu' e nos interesses desse binômio." Ainda para os mesmos autores, o diálogo é "inerente à natureza da humanidade e se caracteriza pelo encontro entre pessoas capazes de refletir sobre suas realidades, de analisá-las criticamente e transformá-las" (MILANI et al., 2017, p. 223).

Já Freire (2016, p. 72), em sua obra Pedagogia do Oprimido, menciona o diálogo crítico e libertador e esclarece que, por ter essas duas características, "supõe a ação, tem de ser feito com oprimidos, qualquer que seja o grau em que esteja a luta por sua libertação" e que não é "um diálogo às escâncaras, que provoca a fúria e a repressão maior do opressor". Assim sendo, é relevante que a educação seja um meio de intervir na realidade, o que implica em um esforço do educador para superar o paradigma da reprodução da ideologia dominante e, indispensavelmente, para o seu desmascaramento (OLIVEIRA, 2017).

Com a dialogicidade e a concepção de educação matemática crítica – nas quais embasamos as intervenções do estágio – como meio de comunicação e de criticizar o conhecimento, levamos, numa das intervenções, a realidade da água, com o intuito de conscientizar os educandos sobre sua má distribuição e os impactos que essa má distribuição gera. Para promover essa criticização, além de, primordialmente, levarmos em conta a concepção de educação matemática crítica, buscamos fundamentação em Skovsmose (2011, p. 40), segundo o qual

> para tornar possível o exercício dos direitos e deveres democráticos, é necessário entender os princípios- chave nos 'mecanismos' do desenvolvimento da sociedade, embora eles possam estar 'escondidos' e serem difíceis de identificar. Em particular, devemos ser capazes de entender as funções e aplicações da matemática. Por exemplo, devemos entender como decisões (econômicas, políticas etc.) são influenciadas pelos processos de construção de modelos matemáticos.

Diante do exposto, como educadores na disciplina de matemática, consideramos, em consonância com Assmann (1998, p. 21), que não baste "educar a massa trabalhadora para alimentar a máquina produtiva", bem como que "é preciso educar para provocar indignação frente à aceitação conformista da relação tecnologia x exclusão."

A abordagem crítica se confronta com a não neutralidade do processo educacional, pois

> Não posso ser professor se não percebo cada vez melhor, por não ser neutra, minha prática exige de mim uma definição. Uma tomada de posição. Decisão. Ruptura. Exige de mim uma escolha entre isto e aquilo. Não posso ser professor a favor de quem que seja e a favor de não importa o quê (FREIRE, 2011, p. 100).

Enfim, o papel do professor vai além de seu conhecimento específico da disciplina, ou seja, o professor deve ter uma postura de ética e crítica. Da mesma forma, deve compreender que a educação transforma e não reproduz a sociedade, como também ter consciência de que os educandos têm sonhos e esperanças.

Em diálogo com a prática

No processo de Estágio, houve, inicialmente, a necessidade de conhecermos o contexto e o ambiente escolar, o que aconteceu por meio das análises críticas dos parâmetros norteadores e das diretrizes da escola e também do professor supervisor durante o período de observação. Observamos se as aulas de matemática ocorriam de forma crítica e reflexiva e, conhecedores de que o assunto programado para a intervenção era a regra de três, conversamos[18] com a orientadora sobre as possíveis concepções e/ou metodologias de ensino para o Estágio Curricular Supervisionado Obrigatório.

> Durante essas conversas, optamos por trabalhar, por intermédio da concepção de educação matemática crítica, abordando o tema consumo de água. Tal escolha de tema emergiu da necessidade de mostrar o contexto atual e evidenciar que a "água está se tornando, cada vez mais, um bem escasso, e sua qualidade se deteriora cada vez mais rápido" (ALMEIDA et al, 2001, p. 2).
>
> A consideração crítica de conteúdo específico teve, como pressupostos, a aplicabilidade, os interesses, as funções e as

[18] Acadêmicos estagiários: Alan Felipe Bepler e Guilherme Prim.

limitações das ideias para apresentar a realidade do consumo da água. As indagações junto aos educandos oportunizaram situações dialógicas para informar o cenário atual e suas consequências caso o consumo da água não seja reduzido.

Lembramos que, geralmente, acontece a observação do Estágio Supervisionado I na turma de intervenção. No nosso caso, durante a transição do Estágio Supervisionado I para o II, houve, por motivos organizacionais da escola, a necessidade de trocar de turma para realizar as intervenções.

Sendo assim, o conhecimento da turma observada no Estágio Supervisionado I, adquirido por meio da aplicação de um questionário voltado às fragilidades, às potencialidades e aos dados sobre a família dos educandos, não foi utilizado no Estágio Curricular Supervisionado II, ou seja, não tivemos muito tempo para o conhecimento desta "nova" turma para nos guiar no planejamento das aulas para as intervenções.

Entretanto, o roteiro das intervenções não se alterou. A fragilidade relacionada ao desconhecimento, de nossa parte, da turma para intervenção foi amenizada pela avaliação processual e pela avaliação de um texto produzido pelos educandos acerca de cada intervenção e sobre as suas dúvidas. Esse momento avaliativo ocorreu sempre nos 5 minutos finais de cada intervenção e se encontra descrito detalhadamente no item deste capítulo que discute a avaliação processual.

Ademais, por meio das diversas situações dialógicas proporcionadas, os educandos foram interagindo e perdendo a timidez aos poucos, iniciando assim um ciclo de convivência. Esse novo ciclo se estabeleceu na relação recíproca com os educandos e permeou momentos em que eles se mostravam atentos e prestativos, o que possibilitou diversas discussões.

A dialogicidade foi promovida, também, pelo tema proposto – o consumo da água – pelo fato de os educandos terem conhecimento sobre a temática. Destinamos, então, esse espaço para conversar com eles de forma crítica.

Inspiramo-nos, igualmente, em Alves (2008, p. 32) que, por meio de sua analogia, nos ensina:

> Há escola que são gaiolas. Há escolas que são asas. Escolas que são gaiolas existem para que os pássaros desaprendam a arte do vôo (*sic*). Pássaros engaiolados são pássaros sob controle. Engaiolados, seu dono pode levá-los para onde quiser. Pássaros engaiolados sempre têm um dono. Deixam de ser pássaros. Porque a essência dos pássaros é o vôo (*sic*).

Assim, com base no ensinamento do autor supracitado de que "a essência dos pássaros é o vôo (*sic*)", procuramos, durante o Estágio Curricular Supervisionado II, por meio da mediação, dar asas aos educandos, a eles oportunizando a liberdade de exporem as suas ideias e espaços para confrontá-las.

Intervenção: Da Teoria á prática

O Estágio Curricular Supervisionado Obrigatório II teve início com a proposta de um contrato didático, não somente para fazer emergir um contato inicial, mas também para explicitar a relação educando e professor e, de forma dialógica, construir tal relação.

Respaldamos o contrato didático na perspectiva de (BROSSEAU, 1996 *apud* VIEIRA et al, 2005, p. 14) que o define como "Um conjunto recíproco de comportamentos esperados entre alunos e professor mediado pelo saber." Esses comportamentos,

> [...] são legitimados através de regras explícitas (formuladas verbalmente em sala de aula) e principalmente implícitas (que já foram construídas historicamente e podem ser interpretadas no contexto de sala de aula) que acontecem no interior da relação didática, em que há sempre uma intenção de ensinar e aprender envolvendo duas ou mais pessoas, permitindo interações entre estas e os conteúdos a serem ensinados, constituindo-se desta forma em uma relação ternária (professor-aluno-saber). (BROSSEAU, 1996 *apud*, VIEIRA *et al.*, 2005, p. 14)

Ainda, o contrato mencionado

> [...]é um conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas sobretudo implicitamente do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro. (BROSSEAU, 1996, p. 38 *apud* REIS e ALEVATTO, 2015, p. 255).

No entanto, no Estágio Supervisionado II, o contrato didático não sucedeu da maneira esperada, pois houve pouca interação dos educandos em sua realização. Diante disso, prevaleceu, conforme visto em Brosseau (1996), a parte implícita.

Após esse primeiro contato, realizamos uma avaliação diagnóstica para compreender como os educandos estavam acerca do conteúdo proporção e razão, anterior ao conteúdo regra de três, preestabelecidos no planejamento do professor supervisor. Essa etapa evidenciou as potencialidades e as fragilidades dos educandos e nos possibilitou, a partir daí, tomar atitudes que norteassem o conteúdo programático.

Depois de analisar criticamente as potencialidades e as fragilidades dos educandos, houve a necessidade de realizar ajustes nas intervenções de modo a enfatizar e explicitar aos educandos a importância do conceito, visto que, para o "conhecimento do mundo, os conceitos são imprescindíveis, pois com eles o sujeito categoriza o real e lhe conforma significados" (VYGOTSKY apud CAVALCANTI, 2005, p. 195). Numa perspectiva dialógica, realizamos os ajustes a partir da avaliação textual e escrita dos educandos em todas as aulas (D'AMBROSIO, 2012).

Um momento que demarcou a participação dos educandos de forma ativa num processo dialógico foi o envolvimento na mecânica clássica sobre velocidade, que possibilitou discutir o comportamento entre duas grandezas direta e inversamente proporcionais.

O exemplo da velocidade consistiu em citar duas cidades conhecidas pelos educandos para, posteriormente, supor um carro em movimento, tomando duas situações: uma em que o carro estaria percorrendo uma distância a uma velocidade de 80 Km/h e outra, percorrendo a mesma distância a uma

velocidade de 40 Km/h. Para realizar uma suposta interpretação das situações, simulamos o andar dentro da sala de modo mais lento e mais rápido. Assim, os educandos puderam visualizar o comportamento proporcional das duas situações.

Buscamos, no término da intervenção, "associar o conteúdo da disciplina às experiências de vida do aluno ou aos conhecimentos adquiridos anteriormente pelo aluno, buscando retirar o aluno da condição de espectador passivo e tornar a aprendizagem mais significativa para ele" (KATO; KAWASAKI, 2011, p. 41).

Essa dinâmica de caminhar dentro da sala, dialogar e ouvir os educandos foi importante para o processo de ensino e aprendizagem, e principalmente, para conquistar a confiança dos educandos que somente emergiu por meio da relação dialógica. Entendemos que essa relação horizontal tenha possibilitado a superação da educação bancária tão criticada por Freire (2014).

Uma vez os educandos motivados, procedemos à abordagem sobre o consumo de água que também abarcou os conceitos razão e proporção vistos no exemplo da velocidade. Os educandos discutiram e questionaram vários aspectos do consumo, o que possibilitou que abordássemos criticamente a temática, dando ênfase a esse meio essencial para a vida humana e conscientizando-os sobre a sua importância. Clarificamos, na prática, que a dialogicidade é o elemento fundamental para que ocorra a Educação Matemática Crítica (SKOSVMOSE, 2001).

No caso, abordamos um tema que faz parte do processo civilizatório contemporâneo. De acordo com Oliveira (2017, p. 30), o processo civilizatório contempla as "[...] mudanças que acontecem na sociedade em função das transformações históricas e sociais de um determinado período, que interferem na mudança de conduta e nos comportamentos humanos".

Nesse viés, para a atividade da água, inicialmente propusemos aos educandos que preenchessem um questionário que investigou qual a quantidade de água consumida por cada um deles diariamente. Explicitamos que utilizaríamos o questionário para verificar se o consumo estava de acordo

com a média instituída pela Organização das Nações Unidas (ONU) de 110 litros diários por pessoa. Antes de fazer o qualitativo do consumo junto com a turma, expusemos alguns dados sobre o consumo médio em alguns países, como Estados Unidos da América (EUA) que consome, em média, 575 por dia; Brasil, 185 litros; e Etiópia/Haiti, apenas 15 litros diários (PENA, 2017).

Por meio da fala dos educandos, calculamos o consumo médio da turma. As médias obtidas foram: 10 minutos no banho, 15 minutos com a torneira ligada e 3 vezes a descarga é puxada durante um dia. Após os cálculos, obtivemos que cada pessoa consome, em média, 463 litros diários.

Dessa maneira, abordamos aspectos sobre a água, relatando, concretamente, que, por mais que tenha 70% de superfície do planeta, desse percentual, 68,9% estão nas geleiras e nas calotas polares. Por sua vez, apenas 0,77% é água doce que podemos aproveitar. Dessa água doce, o percentual de 69% é destinado à agricultura, 22%, às indústrias e apenas 9%, ao consumo humano (SANTOS, 2017).

Na sequência, argumentamos sobre a má distribuição da água no Brasil, que possui o maior rio do planeta (rio Amazonas), e sobre os mananciais de água doce, que é de 53% disponível na América do Sul. Discutimos que os climas equatorial, tropical e subtropical que atuam sobre o território brasileiro proporcionam elevados índices pluviométricos e que, no entanto, mesmo com grande disponibilidade de recursos hídricos, o país sofre com a escassez de água potável em alguns lugares. Da mesma forma, foi debatido que a água doce disponível em território brasileiro está irregularmente distribuída: aproximadamente, 72% dos mananciais estão presentes na região amazônica, 27% se apresentam na região Centro-Sul e apenas 1% na região Nordeste do país (FRANCISCO, 2017).

Em seguida, começamos a problematizar o aumento do consumo de 1 litro de água por dia, de forma a aumentar, gradativamente, o número de abrangência de pessoas. Calculamos, então, o aumento de consumo incluindo todos os estudantes da turma e, depois, do colégio, de forma a finalizar com o consumo da população brasileira, sempre com a finalidade de, tomando por

base apenas 1 litro por pessoa, mostrar que parece ser pouco, mas que o impacto é significativo ao agruparmos pessoas. Em outras palavras, buscamos conscientizar que essa quantia diária pode abastecer uma quantia expressiva de famílias na região Nordeste, o lugar mais prejudicado pela falta de água no Brasil.

Logo após o exemplo, questionamos os educandos sobre com que tipo de grandeza se relaciona essa situação. Todos conseguiram responder e argumentar que as grandezas pessoas e água estavam diretamente proporcionais.

Posteriormente, abordamos o exemplo inversamente proporcional que consiste em supor uma quantidade específica de água no mundo, mas com a população mundial gradativamente aumentando. Questionamos então: o que acontece com a quantidade específica de água destinada a cada pessoa? Será que aumentará ou diminuirá?

Os educandos responderam que, conforme aumenta o número da população, o consumo deve diminuir. Complementaram afirmando que se trata de uma grandeza inversamente proporcional.

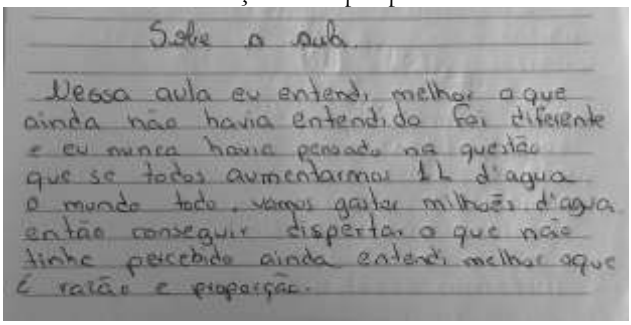
Para finalizar a abordagem sobre o consumo da água, disponibilizamos os 5 minutos restantes da intervenção para os educandos exporem suas opiniões sobre a intervenção, com sugestões sobre melhorias que facilitam o processo de aprendizagem.

A avaliação processual do ensino e da aprendizagem

A avaliação devolutiva dos educandos, referente à intervenção, ocorreu por meio de pequenos relatos produzidos pelos educandos no final de cada aula. Isso porque consideramos que o ato de escrever "é revelar, forma de se colocar no mundo, de expressar ideias, recorrendo aos fragmentos do passado e às idealizações do amanhã. Ato de manifestação pessoal pode, contudo, materializar-se pelas mãos de outrem" (RACHI, 2016, p. 267). Esse revelar

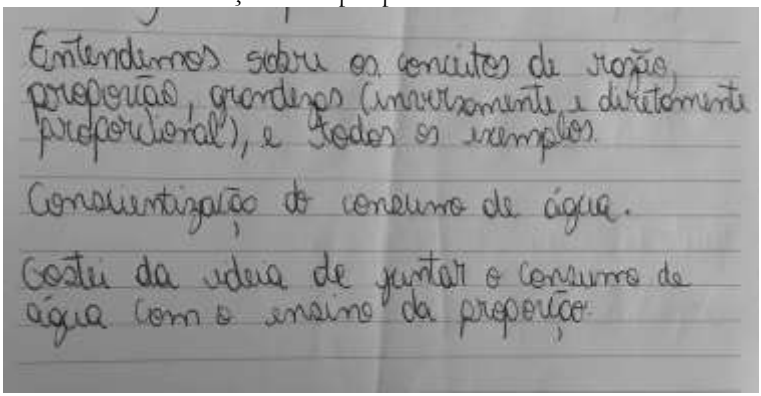
está exemplificado a seguir, inicialmente, em duas amostras de avaliações produzidas pelos educandos (Figuras 1 e 2).

Figura 1 - Estágio Curricular Supervisionado II do curso de Licenciatura em Matemática/2017 na EEB Paulo Zimmerman, Rio do Sul, SC: relato avaliativo de um educando sobre intervenção sob a perspectiva da matemática crítica.


Sobre a aula.

Nessa aula eu entendi melhor o que ainda não havia entendido foi diferente e eu nunca havia pensado na questão que se todos aumentarmos 1L d'agua o mundo todo, vamos gastar milhões d'agua então consegui despertar o que não tinha percebido ainda entendi melhor oque é ratão e proporção.

Figura 2: Estágio Curricular Supervisionado II do curso de Licenciatura em Matemática/2017 na EEB Paulo Zimmerman, Rio do Sul, SC: relato avaliativo de um educando sobre intervenção sob a perspectiva da matemática crítica


Entendemos sobre os conceitos de razão, proporção, grandezas (inversamente e diretamente proporcional), e todos os exemplos.

Conscientização do consumo de água.

Gostei da ideia de juntar o consumo de água com o ensino da proporção.

Os relatos perpassaram todas as intervenções, exceto a aula destinada à avaliação do conteúdo matemático. Esse recurso auxiliou e norteou o processo educativo para nos embasar no retorno do educando à prática educativa,

constituindo-se na parte explícita do contrato didático e, portanto, do conhecimento prévio dos educandos.

A parte implícita, no caso, a principal, permeou o uso da avaliação, indo além do simples retorno, ou seja, contribuiu para que tivéssemos uma base para acompanhar o progresso dos educandos na aula e o nosso desempenho.

Sobre a avaliação mediante teste e exames, D'Ambrosio (2012, p. 71) nos ensina que

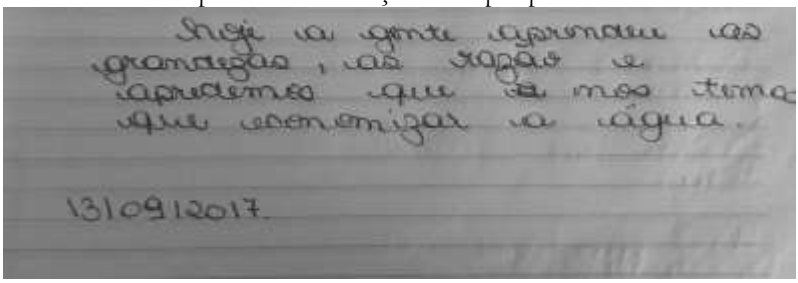
> [...] diz muito pouco sobre aprendizagem. Na verdade, os alunos passam em teste para as quais são treinados. É essencial distinguir educação de treinamento. O objetivo dos relatórios e resumos é estimular uma reflexão sobre o processo de aprendizagem do aluno.

A avaliação que aplicamos foi processual e diagnóstica. Foi processual no sentido de avaliar os estudantes continuamente, ao longo das intervenções, acompanhando o processo da construção do conhecimento. Foi diagnóstica, pois visou "investigar a qualidade do desempenho dos estudantes, tendo em vista proceder a uma intervenção para a melhoria dos resultados", caso se fizesse necessário (LUCKESI, 2011, p. 62).

Nossa preocupação era que, durante as intervenções, a avaliação e o ambiente criado possibilitassem a "superação ao autoritarismo e ao estabelecimento de autonomia do educando, pois o novo modelo social exige a participação democrática de todos" (LUCKESI, 2011, p. 80). Houve a busca incessante pela dialogicidade, para torná-la a via efetiva da avaliação de aprendizagem e superar o paradigma de que a avaliação é apenas um ato de aprovação e reprovação.

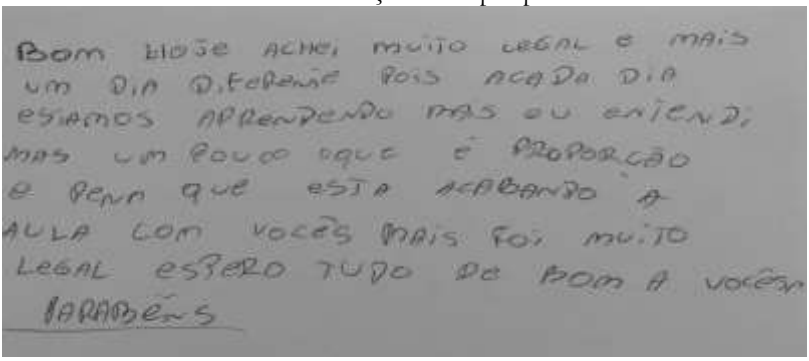
Esse ambiente de superação, juntamente com a concepção de avaliação pela qual optamos, acarretou resultados significativos para o processo educativo. Exemplo disso é que, inicialmente, nos relatórios, os educandos eram sucintos e objetivos (Figura 3) e, ao final, já demonstravam uma proximidade maior conosco (Figura 4), o que denota a superação da barreira imposta no começo das intervenções.

Figura 3: Estágio Curricular Supervisionado II do curso de Licenciatura em Matemática/2017 na EEB Paulo Zimmerman, Rio do Sul, SC: relato avaliativo de um educando sobre a primeira intervenção sob a perspectiva da matemática crítica


Hoje a gente aprendeu as grandezas, as razão e apredemos que a nos temos que economizar a água.

13/09/2017.

Figura 4: Estágio Curricular Supervisionado II do curso de Licenciatura em Matemática/2017 na EEB Paulo Zimmerman, Rio do Sul, SC: relato avaliativo de um educando sobre a última intervenção sob a perspectiva da matemática crítica


Bom hoje achei muito legal e mais um dia diferente pois acada dia estamos aprendendo mas eu entendi mas um pouco oque é proporção e pena que esta acabando a aula com vocês mais foi muito legal espero tudo de bom a vocês

PARABÉNS

O contexto exposto de resultado e superações de paradigmas que vivenciamos no decorrer da prática vai ao encontro do entendimento de D'Ambrosio (2012, p. 72):

> Avaliação deve ser uma orientação para o professor na condução de sua prática docente e jamais um instrumento para reprovar ou reter alunos na construção de seus esquemas de conhecimento teórico e prático. Selecionar, classificar, filtrar,

> reprovar e aprovar indivíduos para isto ou aquilo não são missão de um educador. Outros setores da sociedade devem se encarregar disso.

O relatório de intervenção ora apresentado nos oportunizou caminhos para orientar o processo educativo, viabilizando suporte para percebermos se a proposta estava alcançando os objetivos iniciais. Os relatos diários dos educandos possibilitaram que percebêssemos o quanto prazeroso se torna o ramo da docência quando há vontade e gosto pelo que fazemos. A cada respaldo dos educandos os nossos olhos se encheram de alegria, com a certeza de que estávamos e estamos no caminho certo.

Algumas reflexões para fins de discussão

O Estágio Curricular Supervisionado II do curso de Licenciatura em Matemática/2017 na EEB Paulo Zimmerman, Rio do Sul, SC, nos possibilitou perceber a indissociabilidade entre teoria e prática. A prática sem teoria não acontece de maneira reflexiva e crítica, e a teoria sem prática, muitas vezes, se distancia da realidade.

Um dos aspectos que consideramos como impacto vivenciado no Estágio foi a avaliação processual e contínua. As poucas linhas de descrição dos estudantes no início ou no final de cada aula nos localizavam quanto aos aspectos do conteúdo os educandos estavam aprendendo.

Todo esse processo teve, como pressuposto, a dialogicidade a qual proporcionou autonomia e liberdade aos educandos, não deixando de lado a criticidade, principalmente no que se refere ao conteúdo por nós abordado com base na educação matemática crítica, com o intuito de refletir sobre a situação atual da água e conscientizar os educandos a respeito de seu consumo.

Ainda, como esse espaço está para nós reservado para reflexões, mesmo não sendo o foco deste capítulo, tomamos a liberdade de iniciar provocações sobre as nuances e os distanciamentos entre o Estágio Curricular

Supervisionado Obrigatório e o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID). Sentimo-nos à vontade para tanto devido ao fato de nós, autores deste capítulo, termos participado do PIBID com diferentes funções: como estudante de Iniciação à Docência, como coordenador de Área e como Professor Supervisor.

Por meio da experiência vivenciada no Estágio Curricular Supervisionado II, percebemos que o cronograma preestabelecido e determinado do conteúdo e do currículo não permitiu retornar às fragilidades expostas pelos educandos, ficando para o professor supervisor a responsabilidade de continuar e superar essas fraquezas ao longo dos conteúdos posteriores. Não estamos afirmando que o ensino se respalde na perspectiva quantitativa, mas que o tempo entre o ensino previsto e a aprendizagem do educando mostrou-se limitado.

Nesse sentido, o PIBID dá liberdade de trabalhar com os conteúdos matemáticos, respeitando o tempo de aprendizagem dos educandos, oportunizando uma dinamicidade no ensino. Os pibidianos têm uma formação continuada no quesito da abordagem metodológica, e os meios são diferenciados, em forma de oficinas, jogos e história da matemática.

No que tange à indissociabilidade entre teoria e prática, tanto o Estágio quando o PIBID se apresentam como relevantes na formação de professores, pois ambos possibilitam vivenciar a educação na escola, intervir em aulas com acompanhamento de orientador e supervisor, planejar as atividades a partir de teorias que indicam a concepção, tornar a sala de aula um espaço dialógico de aprendizagem.

É nesse contexto que o PIBID pode enriquecer ainda a mais a prática. Por termos perpassado o projeto e o Estágio Curricular Supervisionado, vemos a necessidade de socializar as experiências dos Estágios que vão ao encontro do objetivo proposto.

Assim, ressaltamos a importância de socializar as experiências, pois essa socialização viabiliza meios para leitura na qual transparece a relevância da dialogicidade no meio educacional e para o relato da prática no decorrer das intervenções.

Enfim, podemos afirmar que as intervenções no Estágio Curricular Supervisionado II possibilitaram colocar em prática a indissociabilidade entre teoria e prática, as quais proporcionaram superar o paradigma da não participação dos educandos e efetivar um processo de ensino e aprendizagem recíproco.

Referências

ALMEIDA, M. L.; BRILHANTE, O. M.; FREITAS, M. B. **Importância da análise de água para a saúde pública em duas regiões do Estado do Rio de Janeiro**: enfoque para coliformes fecais, nitrato e alumínio. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/xmlui/bitstream/handle/123456789/179899/347940.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 4 de março de 2018.

ALVES, R. **O melhor de Rubem Alves**. Curitiba: Editora nossa cultura, 2008.

ASSMANN, Hugo. **Reencantar a educação**> rumo à sociedade aprendente. Petrópolis: Vozes, 1998.

CARVALHO, A. M. P. **Os estágios nos cursos de licenciatura.** São Paulo: Cengage Learning, 2012.

CAVALCANTI, L. S. **Cotidiano, mediação pedagógica e formação de conceitos: uma contribuição de Vygotsky ao ensino de geográfica**. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/%0D/ccedes/v25n66/a04v2566.pdf >. Acesso em: 05 de março de 2018.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática:** da teoria à prática. 23. ed. Campinas: Papirus, 2012.

FRANCISCO, W. C. de. **Água.** Disponível em < https://brasilescola.uol.com.br/geografia/agua.htm>. Acesso em: 05 de set. de 2017.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia:** saberes necessário à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1998.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido.** 62. ed. Rio de Janeiro (RJ): Paz e Terra, 2014.

KATO, D. S.; KAWASAKI, C. S. **As concepções de contextualização do ensino em documentos curriculares oficiais e de professores de ciências**. Disponível em: <http://www.redalyc.org/html/2510/251019455003/ >. Acesso em: 10 de março de 2018.

LUCKESI, C. **Avaliação da aprendizagem escolar:** estudos e proposições. 22. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MILANI, R. et al. . **O diálogo nos ambientes de aprendizagem nas aulas de matemática**. 2017. Campos do Mourão (PR). Disponível em: <http://www.fecilcam.br/revista/index.php/rpem/article/viewFile/1592/pdf_240>. Acesso em: 11 de março de 2018

OLIVEIRA, F. P. Z. **Pactos e impactos da iniciação científica na formação dos estudantes do ensino médio**. Tese (Doutorado)- Universidade Federal de Santa Catarina, centro de ciências físicas e matemática. Florianópolis, 2017.

SANTOS, Vanessa Sardinha dos. **Água.** Disponível em < http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/biologia/agua.htm>. Acesso em: 03 de setembro de 2017.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: A questão da democracia.** Campinas (SP): Papirus, 2001.

PENA, R. F. A.; **Consumo de água no mundo**. Disponível em: <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/geografia/consumo-agua-no-mundo.htm >. Acesso em: 05 de setembro de 2017.

PESSOA, C. **Contrato didático: sua influência na interação social e na resolução de problemas** Disponível em: < http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/01/CC66657466404.pdf > Acesso em: 05 de março de 2018.

PIMENTA, S. G; LIMA, S. L. **Estágio e docência.** 6. ed. São Paulo: Cortez, 2010.

POSTMAN, N.; WEINGARTNER, C. **Contestação**: nova formula de ensino. Tradução de Álvaro Cabral. Editora Expressão e Cultura: Rio de Janeiro, 1971.

RAMOS, E. M. F. **Informática aplicada à aprendizagem matemática**. Florianópolis: UFSC/EAD/CED/CFM, 2008.

RACHI, S. **A vida em folhas de papel: escrita mediada na América portuguesa**. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/rh/n174/2316-9141-rh-174-00267.pdf >. Acesso em: 12 de novembro de 2017.

REIS, L. A. C.; ALEVATTO, N. S. G. Trigonometria no triângulo retângulo: as interações em sala de aula sob a ótica da teoria das situações didáticas. **HOLOS**, Ano 31, V. 1. 2015. p.253-279.

CERQUEIRA, W. **"Distribuição da água no mundo"**; *Brasil Escola*. Disponível em <https://brasilescola.uol.com.br/geografia/agua.htm >. Acesso em: 06 de abril de 2018.

VEIGA, Z. P. A. **As instâncias colegiadas da escola**. 11 ed. Campinas, SP: Papirus, 2011.

VIEIRA, K. R. C. F; NAPPI, J. W. R.; HANSEN, M. F.**O contrato didático no ensino de ciências nas séries iniciais:** análises de seus elementos e regras. 2005.

Capítulo 8

Matemática, tecnologias e o ensino de Cálculo

Felipe José Nau[19]
Marília Zabel[20]

Neste capítulo apresentamos algumas atividades realizadas durante as disciplinas de Cálculo III e Cálculo IV do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense, campus Rio do Sul, no ano de 2017. Tais disciplinas tem como principal objeto de estudo o Cálculo Diferencial e Integral de funções de várias variáveis. Considerando o caráter dinâmico desse conteúdo, foram realizadas atividades com o uso das novas tecnologias, buscando utilizar as potencialidades dos softwares de geometria dinâmica, bem como da Internet, para a produção de conhecimento. Aqui, apresentamos três atividades realizadas com os acadêmicos que cursaram as disciplinas citadas e também apontamos considerações sobre as mesmas. Acreditamos que o uso das novas tecnologias possibilita um processo de ensino e aprendizagem de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral mais dinâmico e interativo, promovendo também uma mudança de papéis dos acadêmicos e do professor. Os primeiros

[19] Licenciado no Instituto Federal Catarinense – *Campus* Rio do Sul, curso de Licenciatura em Matemática, lipyjnau@gmail.com.
[2] Docente no Instituto Federal Catarinense – *Campus* Rio do Sul. Mestre em Educação Matemática, marilia.zabel@ifc.edu.br.

tornam-se atores principais do processo de ensino e aprendizagem, enquanto o segundo é o mediador do mesmo.

Considerações Iniciais

Diversos estudos apontam para as dificuldades apresentadas pelos acadêmicos na compreensão de conceitos do Cálculo Diferencial e Integral que acabam gerando alto índice de evasão e reprovação nessa disciplina. Algumas razões apresentadas para este problema são: a disciplina de cálculo ser uma de transição entre o Ensino Médio e o Ensino Superior, além de ser, muitas vezes, uma disciplina presente na primeira fase dos cursos, a precária formação do acadêmico no Ensino Médio e a quantidade excessiva de conteúdo numa só disciplina (MARIN; PENTEADO, 2011).

As razões apontadas para o problema da reprovação e evasão na disciplina de cálculo, como podemos observar, dizem respeito, prioritariamente, aos acadêmicos que chegam ao Ensino Superior com má formação e à própria instituição, por conta da organização didática dos cursos. Em contrapartida, buscando solucionar o problema pontual da disciplina, pesquisas têm sido desenvolvidas a fim de verificar as potencialidades do uso de tecnologias no ensino de cálculo (GOUVEIA, 2010; BARBOSA, 2009).

Tais pesquisas têm como objeto de estudo, em sua maioria, o Cálculo Diferencial e Integral de função de uma variável real. Ainda incipientes são as pesquisas e/ou relatos de experiências que têm como objeto de estudo o Cálculo Diferencial e Integral de funções de várias variáveis reais (LEMKE, 2017). Neste capítulo, iremos apresentar algumas atividades realizadas nas disciplinas de Cálculo III e Cálculo IV do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense (IFC), campus Rio do Sul, no ano de 2017, que têm como foco principal de estudo as funções de várias variáveis reais.

Para isso, primeiramente, traremos apontamentos sobre o ensino de cálculo. Em seguida, discutiremos sobre o uso de tecnologias no ensino de matemática. Então, apresentaremos as atividades propostas e realizadas nas referidas disciplinas. Para finalizar, faremos considerações sobre as atividades, bem como, percepções e perspectivas futuras sobre as possibilidades e limitações da utilização de tecnologias no ensino da disciplina supracitada.

O ensino de Cálculo no Ensino Superior: breves apontamentos

Diversas são as pesquisas que discutem as dificuldades encontradas pelos acadêmicos no curso de cálculo. De acordo com Barufi (1999), quando os conceitos de cálculo são apresentados formalmente, sem levar em consideração os conhecimentos prévios dos acadêmicos, como se o estudo de cálculo fosse um fim por si mesmo, os estudantes não conseguem assimilar os conceitos apresentados. Como as disciplinas de cálculo estão, na maioria das vezes, no início da grade dos cursos superiores, os novos acadêmicos ainda apresentam diversas dificuldades e defasagens com os conteúdos matemáticos do Ensino Médio. Ainda, a forma rigorosa e formal com que professores e livros didáticos de cálculo apresentam seus conceitos não contribui para a superação desses problemas.

Neste sentido, Gouveia (2010), em sua pesquisa de mestrado, fez uma análise dos livros didáticos de cálculo mais utilizados nos cursos e percebeu que o foco está nas representações algébricas. As imagens são utilizadas apenas para verificação dos argumentos algébricos e não como objetos para aprendizagem. Em contrapartida, o conhecimento do Cálculo Diferencial e Integral se desenvolveu a partir de estudos geométricos de funções, o que desautoriza que o ensino deste não tenha como destaque a representação e a visualização gráfica.

Tais constatações também são observadas no ensino de Cálculo de funções de duas ou mais variáveis. Oliveira (2014), quando começou a lecionar

o tema de funções de várias variáveis, verificou que as dificuldades dos acadêmicos eram maiores quando comparadas com o cálculo de uma variável. Ele aponta a visualização e a transição de conceitos do Cálculo de uma variável para o de várias variáveis como as principais dificuldades apresentadas pelos acadêmicos observados.

Corroborando Oliveira (2014), Imafuku (2008) também percebeu que os acadêmicos não atingiram o mesmo sucesso ao se depararem com uma função de mais de uma variável, principalmente no que tange à interpretação de seu significado e de sua representação gráfica. As dificuldades apresentadas pelos acadêmicos quanto a representação gráfica, ditam em torno, por exemplo, de reconhecer e interpretar uma função e o seu domínio.

A partir das considerações destas pesquisas, é possível perceber que a compreensão e interpretação gráfica dos conceitos estudados, tanto no cálculo de uma variável real, como no cálculo de várias variáveis reais, são relevantes para o processo de ensino e aprendizagem desta disciplina. Assim, tem-se aprofundado os estudos sobre o uso de tecnologias para o ensino de cálculo, considerando o caráter dinâmico que dos softwares de geometria. A seguir, apresentamos algumas discussões sobre o uso de tecnologias para o ensino e a aprendizagem de matemática.

O uso de tecnologias no Ensino de Cálculo: potencializando a visualização gráfica

As tecnologias sempre estiveram presentes na história da humanidade, quando levamos em consideração o conceito de tecnologia apresentado por Kenski (2012, p. 18) que diz que "Ao conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade nós chamamos de tecnologia". Ou seja, as tecnologias podem ser tudo aquilo que auxilia e facilita o trabalho do ser humano. No âmbito educacional, entendemos que o lápis e

papel, o quadro branco e caneta, bem como os computadores são tecnologias que auxiliam no processo de ensino e aprendizagem, bem como os modificam.

Neste sentido, à medida que compreendemos que as tecnologias modificam o modo de produzir conhecimento, se reconhecemos que este acontece de maneiras diferentes quando pensado com e sem o auxílio das novas tecnologias[21]. Borba (2002) acredita que, neste contexto, o conhecimento passa a ser visto como um produto não apenas do ser humano ou de um coletivo de seres humanos, mas sim como um produto de seres-humanos-mídias.

Para a abordagem dessas questões em matemática, Scucuglia (2006), em sua dissertação, discutiu o uso dos recursos tecnológicos gráficos como possibilidade de valorização dos aspectos visuais na abordagem de diferentes tipos de representação das funções. A maneira como um acadêmico percebe um objeto, o analisa, interpreta e verifica suas propriedades é única, pois depende do conjunto das experiências que ele teve anteriormente com este objeto ou das que teve em sua vida de maneira geral. Por isso, quanto mais é oportunizado o processo de representação-visualização, tanto mais se facilita o processo de aprendizagem (GOUVEIA, 2010).

Ao serem utilizados softwares geométricos, tal processo acontece. Nesse sentido, Pierce e Stacey (2001) relatam que os acadêmicos compreendem melhor os conceitos matemáticos, já que o computador com tais softwares muda rapidamente de uma representação para outra, possibilitando mais tempo para visualização de um mesmo objeto. Dessa maneira, os acadêmicos podem utilizar um tempo maior da aula para discutir com o professor sobre as propriedades de uma função, sólido geométrico ou curva, do que para sua construção com lápis e papel.

Barbosa (2009) coaduna com esses autores, ao afirmar que a visualização é essencial para elaboração de conjecturas, sendo que, realçada com as novas tecnologias, a visualização toma outra dimensão, porque as imagens são vistas

---

[21] Neste capítulo, utilizaremos a expressão "Novas Tecnologias" para se referir às tecnologias mais modernas, como computadores, notebooks, tablets, celulares, etc.

de forma dinâmica e ganham diferentes interpretações, de acordo com a visualização de cada acadêmico. Ainda para a autora, o processo de aprendizagem é potencializado pela rápida transição entre as representações algébrica, gráfica e tabular que os softwares gráficos permitem, processo denominado de representações múltiplas. Com ele, além dos acadêmicos se apropriarem de novos conhecimentos, conceitos já aprendidos ganham novas ressignificações.

A partir desta perspectiva, os conceitos matemáticos do Ensino Superior também podem ser explorados por meio da utilização das novas tecnologias, pois como já mencionado, também são dinâmicos. Lemke (2017) propõe abordagens dinâmicas para o ensino do cálculo de funções reais de duas variáveis, especificamente sobre o conteúdo de derivadas parciais por meio do software GeoGebra. De maneira análoga aos trabalhos que apresentam propostas para o ensino de funções de uma única variável, a autora apresenta os conteúdos que são abordados, as dificuldades de aprendizagem e retrata a importância da visualização para aprendizagem de Cálculo. Para ela, a utilização do GeoGebra no ensino do Cálculo permite que o processo de representação-visualização ocorra de forma dinâmica e consequentemente contribui para a superação das dificuldades de aprendizagem.

Considerando o que foi apontado até aqui, acreditamos ser muito importante o compartilhamento das experiências vivenciadas durante as disciplinas de Cálculo III e Cálculo IV, que buscaram proporcionar um processo de ensino e aprendizagem diferenciado nessas disciplinas.

As disciplinas de Cálculo III e Cálculo IV

A disciplina de Cálculo III tem como ementa os conteúdos da primeira parte do livro de Cálculo 2 do Stewart (2013), sendo introduzida nessa disciplina as funções de várias variáveis reais e seu estudo em relação a limites e derivadas, conforme Quadro 1.

Quadro 1 – Ementa da disciplina de Cálculo III.

Séries numéricas. Convergência de Séries e Critérios de Convergência. Expansão de uma Função em séries de Potências. Funções de várias variáveis. Limites; Continuidade. Derivadas parciais. Funções Vetoriais. Gradiente. Máximos e mínimos. Multiplicadores de Lagrange.

Fonte: (PPC, 2013).

Dando continuidade aos conceitos estudados, a disciplina de Cálculo IV, tem como foco principal o estudo das integrais de funções de várias variáveis, como pode ser observado no Quadro 2.

Quadro 2 – Ementa da disciplina de Cálculo IV.

Coordenada polares, cilíndricas e esféricas. Transformações. Matrizes Jacobianas. Integração de funções de várias variáveis. Mudanças de coordenadas em integrais. Integral de linha.

Fonte: (PPC, 2013).

Ambas disciplinas têm carga horária de 60 horas, sendo que há encontros semanais de 3 horas. Na sequência serão apresentadas três atividades desenvolvidas com a utilização de computadores, softwares, Internet, enfim, novas tecnologias. Todas foram desenvolvidas ao longo das disciplinas citadas. Cabe ressaltar que a utilização dessas tecnologias não se restringiu a essas atividades apenas. Na verdade, em praticamente todas as aulas tais recursos se apresentaram como facilitadores de aprendizagem, principalmente para visualizar e proporcionar discussões diferentes das encontradas no ensino de cálculo tradicional.

Séries Numéricas

O conteúdo de Séries Numéricas está presente nas ementas das disciplinas de Cálculo Diferencial. O estudo deste conteúdo tem como objetivo,

basicamente, para Guidorizzi (2002), definir o conceito formal de séries numéricas e analisar se esta é convergente ou divergente. Para isso, o autor expõe algumas propriedades das séries numéricas, depois apresenta alguns tipos importantes de séries em que é possível analisar mais facilmente sua convergência ou divergência. Finalmente, faz-se o estudo dos critérios de convergência e divergência para séries de termos positivos e termos negativos. Para o autor, o conceito de sequência numérica é necessário para apreensão de séries, que por sua vez é a base do conceito de séries de potências, mais especificamente de Fourier, conceitos necessários, em algum momento, para o estudo de Equações Diferenciais Ordinárias.

Tais informações, como conceitos, teoremas, demonstrações e exemplos são encontradas nos livros de cálculo facilmente. A Internet, com seus sites de buscas, tem se tornado uma grande fonte de informação de acesso rápido. Porém, alguns sites não apresentam informações confiáveis ou completas, ao mesmo tempo em que são permitidas atualizações pelos usuários, como a Wikipédia.

> A Wikipédia é um projeto de enciclopédia colaborativa, universal e multilíngue estabelecido na internet sob o princípio *wiki*. Tem como propósito fornecer um conteúdo livre, objetivo e verificável, que todos possam editar e melhorar. [...] Todos os editores da Wikipédia são voluntários. Eles integram uma comunidade colaborativa, sem um líder, na qual os membros coordenam os seus esforços no âmbito dos projetos temáticos e diversos espaços de discussão (WIKIPÉDIA, 2018).

Ao fazer uma rápida pesquisa sobre "Séries Numéricas" neste site, em março de 2017, percebemos que as informações eram pouco aprofundadas e com poucos elementos matemáticos, como demonstrações e exemplos. Assim, surgiu a ideia de atualização da página. A atividade foi proposta à turma, conforme Quadro 3.

Quadro 3 – Roteiro para atualização da página do Wikipédia.

Atividade: Todos deverão acessar o conteúdo no Wikipédia intitulado Série (Matemática). Como o próprio link sugere, "as referências deste artigo de formatação". Então, vamos dar uma ajudinha ao site e atualizar esta página. Para isso, é claro, vamos estudar muito e utilizar referências confiáveis. Tópicos a serem editados: **Dupla 1:** 1) Um primeiro exemplo, 2) Notação, 3) Definição **Dupla 2:** 4) Aspectos históricos, 5) Classificação das séries quanto à convergência **Dupla 3 (Trio):** 6) Convergência e divergência de séries, 6.1) Termos positivos, 6.1.1) Teste da integral, 6.1.2) Teste da comparação do limite (2º Critério de Comparação), 6.1.3) Critério da comparação de razões 6.1.4) Teste da divergência, 6.1.5) Teste da comparação (1º Critério de Comparação) **Dupla 4:** 6.1.6) Teste da razão (critério de d'Alembert), 6.1.7) Teste da raiz (critério de Cauchy) **Dupla 5:** 6.2) Séries de termos quaisquer, 6.2.1) Teste da série alternada (critério de Leibniz), 6.2.2) Testes de Abel e Dirichlet **Dupla 6:** 7) Tipos importantes de séries, 7.1) Série geométrica, 7.2) Série harmônica, 7.3) Série alternada, 7.4) Série telescópica (de Mengoli)

Fonte: (ZABEL, 2017b).

Como é possível observar pelo roteiro de atividades, cada dupla ficou responsável pela atualização de um tópico da página, referentes aos conteúdos estudados. Em relação ao tópico "Tipos importantes de séries", mais especificamente "Série telescópica (de Mengoli)", apresenta-se no Quadro 4, a página do Wikipédia antes da atualização.

Quadro 4 – Página da Wikipédia antes das alterações.

Série telescópica (de Mengoli)

Ver artigo principal: Série telescópica

Chame-se série telescópica toda série cujos termos a_n possam ser escritos como:

$a_n = b_n - b_{n+1}$, onde b_n é outra progressão numérica.

Um exemplo de série telescópica é

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$$

Observe que aqui

$$a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = b_n - b_{n+1}$$

É fácil ver que: $S_N = \sum_{n=1}^{N}(b_n - b_{n+1}) = b_1 - b_{N+1}$ e, portanto: $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ é convergente se e somente se existe o limite $\lim_{n\to\infty} b_n$

Fonte: (WIKIPÉDIA, 2018)[22].

Como já mencionado anteriormente, a página da Wikipédia antes da atualização trazia poucos elementos matemáticos sobre o conteúdo, como é possível observar no quadro 4. A dupla responsável por este tópico fez a atualização do mesmo utilizando referências como livros, notas de aula, etc.

A No Quadro 5, apresentamos a página após os ajustes realizados e, a partir dele, podemos observar e comparar as mudanças e inclusões realizadas na página em relação ao quadro 4, como uma curiosidade sobre a expressão "Série Telescópica", o teorema com sua demonstração e dois exemplos.

Para desenvolver esta atividade não foi utilizado um software de geometria. O recurso provido pelas novas tecnologias foi apenas a Internet, principalmente o site citado. No entanto, tal atividade teve seu valor pedagógico, na medida em que os acadêmicos tiveram que reorganizar o conhecimento produzido sobre tais conteúdos, para, de forma autêntica, reescrevê-lo com o objetivo de torná-lo compreensível para os próximos usuários da página. Pedro Demo (2014) define esta atividade como o processo de autoria dos acadêmicos, considerado tão importante nas universidades e

22 Como citado anteriormente, esta versão da página é obsoleta, pois foi atualizada em maio de 2017 pelos acadêmicos que estavam cursando a disciplina de Cálculo III. Mesmo assim é possível acessar esta e outras versões da página clicando no link "Ver histórico", localizado na parte superior direita da tela do próprio site.

muitas vezes deixado de lado. O processo para efetivação desta atividade foi de intensa discussão entre os acadêmicos e a professora e entre os próprios acadêmicos para (re)construir os conceitos de séries numéricas com alguma originalidade.

Quadro 5 – Página da Wikipédia depois das alterações

Tipos importantes de séries [editar | editar código-fonte]

Grande parte do estudo de séries numéricas se resume, na verdade, a analisar sua convergência ou divergência. Há alguns tipos específicos de séries em que é muito simples observar se estas convergem ou não, fato que as permite serem usadas como comparação para estudar a convergência de outras séries semelhantes. São elas:

Série telescópica (de Mengoli): [editar | editar código-fonte]

Considere uma série qualquer $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ tal que $a_n = a_n - a_{n+1}$. Define-se série telescópica, toda série do tipo

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n - a_{n+1}) = (a_1 - a_2) + (a_2 - a_3) + \ldots + (a_n - a_{n+1}) + \ldots$$

e então a sequência S_k das somas parciais tem a seguinte característica

$$S_k = \sum_{n=1}^{k}(a_n - a_{n+1}) = (a_1 - a_2) + (a_2 - a_3) + \ldots + (a_{k-1} - a_k) + (a_k - a_{k+1}) = a_1 - a_{k+1}$$

Observação: a expressão "telescópica" dada a esse tipo de série é uma analogia aos antigos telescópios que eram compostos por várias partes. Quando abertos se viam todas essas partes, mas se fechados, conseguia-se ver apenas a primeira e a última parte. Em toda série telescópica isso também acontece com suas somas parciais, os termos intermediários se cancelam, restando apenas o primeiro e o último termo.

Teorema: Uma série telescópica converge quando a sequência (a_k) converge. Então, sua soma será $S = a_1 - \lim_{k\to\infty} a_{k+1}$

Demonstração:

Tomando o limite da sequência S_k

$$S = \lim_{k\to\infty} S_k = \lim_{k\to\infty}(a_1 - a_{k+1}) = a_1 - \lim_{k\to\infty} a_{k+1}$$

observa-se que a_1 é o primeiro termo da sequência, portanto um número real e por hipótese a sequência (a_k) converge, o que implica que (a_{k+1}) também converge, logo a sequência S_k das somas parciais também converge e por fim, a série converge.

∴ A soma de uma série telescópica existe (a série converge) quando a sequência (a_k) converge e é igual a $S = a_1 - \lim_{k\to\infty} a_{k+1}$. ■

Exemplo 1: A série $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} \Rightarrow a_n = \frac{1}{n(n+1)}$ é convergente e o valor de sua soma é igual a 1. Pode-se observar isso ao manipular o termo geral da série utilizando a técnica de frações parciais:

$$\frac{1}{n(n+1)} = \frac{A}{n} + \frac{B}{(n+1)} = \frac{A(n+1) + Bn}{n(n+1)} = \frac{(A+B)n + A}{n(n+1)}$$

Nessa igualdade obtém-se que $(A+B)n + A = 1$, donde $\begin{cases} A + B = 0 \\ A = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = -1 \\ A = 1 \end{cases}$, ou seja

$$a_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{(n+1)} = a_n - a_{n+1} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} = \sum_{n=1}^{\infty}\left[\frac{1}{n} - \frac{1}{(n+1)}\right]$$

Agora, na forma de série telescópica, a sequência S_k das somas parciais fica $S_k = 1 - \frac{1}{(k+1)}$ e tomando o limite de S_k, tem-se:

$$S = \lim_{k\to\infty} S_k = 1 - \lim_{k\to\infty} \frac{1}{(k+1)} = 1 - \frac{1}{\infty} = 1$$

Exemplo 2: A série $\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right) \Rightarrow a_n = \ln\left(\frac{n}{n+1}\right)$ é divergente, porque manipulando o termo geral (a_n), observa-se que

$$a_n = \ln\left(\frac{n}{n+1}\right) = \ln(n) - \ln(n+1) = a_n - a_{n+1} \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n}{n+1}\right) = \sum_{n=1}^{\infty}[\ln(n) - \ln(n+1)]$$

Assim, a série tem a sequência das somas parciais da forma $S_k = 0 - \ln(k+1) \Rightarrow \lim_{k\to\infty} S_k = -\lim_{k\to\infty} \ln(k+1) = -\infty$

Fonte: (WIKIPÉDIA, 2018).

Além disso, os textos precisavam estar corretos e escritos com a devida rigorosidade que a escrita matemática requer. Por isso, uma versão prévia, antes da publicação online, foi entregue à professora para que as correções necessárias fossem feitas. Visando que o trabalho tivesse argumentos

científicos, porém com autoria dos acadêmicos, foi necessário que mais de uma obra fosse consultada por cada dupla. Assim, os acadêmicos tinham elementos de diferentes fontes para escrever um texto com características que consideram importantes e com uma linguagem de fácil compreensão. Esse processo mostra a responsabilidade assumida pela turma ao se propor fazer uma publicação online.

Atividade de investigação de Equações polares

Em relação ao estudo das coordenadas polares, percebemos em livros de cálculo, como "Cálculo B" (FLEMMING e GONÇALVES, 2007) e "Um curso de cálculo v. 3" (GUIDORIZZI, 2013) que tal conteúdo não ganha destaque, aparecendo apenas ocasionalmente como um exemplo de mudança de variável em integrais duplas. No entanto, como objeto de estudo da disciplina de Cálculo IV, foram trabalhados conceitos desde a representação de um ponto em coordenadas polares, passando pelas relações entre estas e as coordenadas cartesianas, até as representações algébricas e geométricas das equações polares, seu reconhecimento e diferenciação. Assim, foram estudadas as circunferências, rosáceas, leminiscates e limaçons. Para conjecturar sobre o comportamento gráfico dessas equações, utilizamos o software GeoGebra.

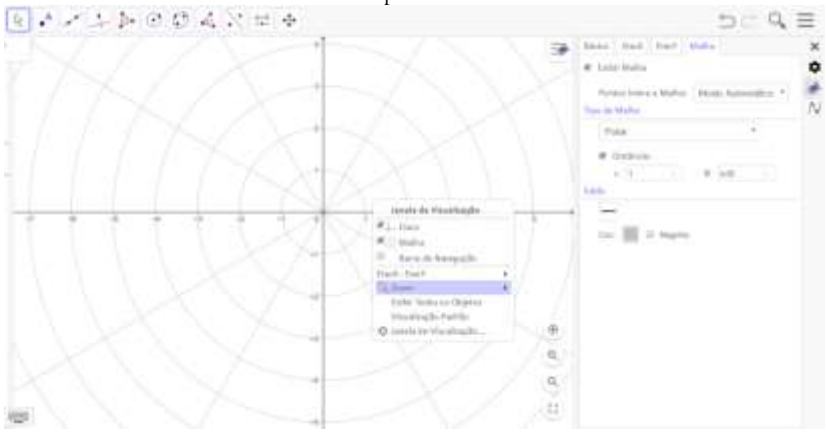
Para isso, primeiramente foi preciso transformar o plano cartesiano do software, num plano polar, conforme procedimento descrito no quadro 6.

Quadro 6 – Plano polar no GeoGebra

Objetivo: Mudar a malha do GeoGebra, de retangular para polar.
Procedimentos:

1. Abra o software GeoGebra;
2. Clique com o botão direito do *mouse* na janela de visualização geométrica;
3. Selecione o ícone janela de visualização;
4. Abra a aba de configurações da malha;
5. Deixe a opção "Exibir malha" marcada;

6. Selecione a malha Polar em tipo de malha.



Fonte: Dos autores.

Com o plano polar no GeoGebra é possível realizar a plotagens de objetos polares. Para plotar um ponto em coordenadas polares, $P = (r; \theta)$, é preciso abrir parênteses na "Entrada" da janela algébrica e definir o raio e o ângulo desejado, separando-os com ponto e vírgula (isto que difere um ponto polar do cartesiano). Para que o ângulo seja dado em graus, basta acrescentar ao lado deste o símbolo de graus (°). Se não for digitado nada, o software considerará o valor numérico digitado em radianos.

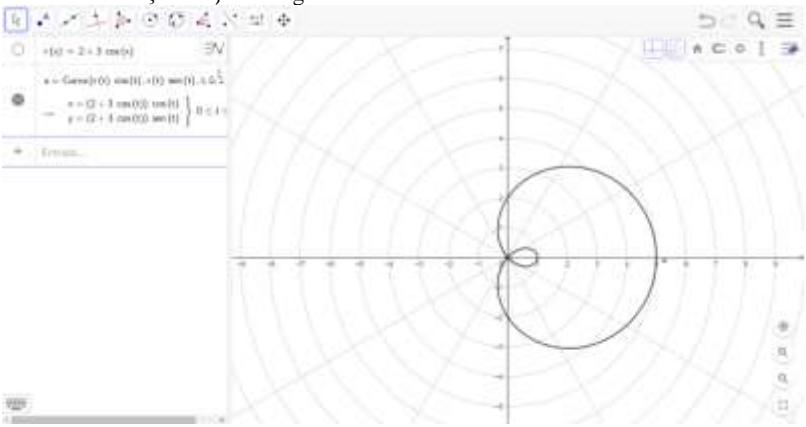
O objeto de estudo desta atividade foram as equações polares. O quadro 7, apresenta os procedimentos para plotar uma equação polar no software GeoGebra.

Quadro 7 – Equação polar no GeoGebra

Objetivo: Plotar uma equação polar no GeoGebra, neste caso específico, um limaçon.
Procedimentos:

1. Abra software GeoGebra, de preferência com a malha polar;
2. Escreva na "Entrada" da janela algébrica $r(x) = 2 + 3 \cdot cos(x)$;
3. Digite no mesmo lugar Curva$[r(t) \cdot cos(t), r(t) \cdot sin(t), t, 0, 2\pi]$;

4. É possível esconder a função cartesiana clicando no ícone verde correspondente à função da janela algébrica.



Fonte: Dos autores.

A partir desses conceitos preliminares do software, cada acadêmico recebeu um roteiro de atividade, para investigar sobre as equações polares e as interferências causadas na mudança de seus coeficientes em suas representações gráficas. No quadro 8, é apresentada uma das atividades do roteiro que visou a apreensão do conceito de rosáceas.

A atividade original foi realizada em duplas pelos acadêmicos, sendo que esta abordou questões análogas também com as equações de circunferências, lemniscatas e limaçons. O conceito formal de cada um desses tipos de equações foi construído ao final de cada atividade, com a discussão entre os acadêmicos, que apresentaram hipóteses a partir das observações feitas e a professora, que mostrou quais eram verdadeiras.

Quadro 8 – Atividade investigativa sobre equações polares

Rosáceas

1. Utilize as seguintes equações:
   a. $r = 3cos(2t)$
   b. $r = 3cos(4t)$
   c. $r = 3sin(2t)$

d. $r = 3sin(4t)$

2. O que representam os coeficientes de t?
3. O que representa o número 3 que multiplica a função cosseno?
4. O que acontece se trocarmos o número 3 que multiplica a função cosseno por outro número?
5. Qual a diferença entre os gráficos a, b e os gráficos c, d?
6. Utilize as seguintes equações:
   a. $r = 3cos(3t)$
   b. $r = 3cos(5t)$
   c. $r = 3sin(3t)$
7. O que representam os coeficientes de t?
8. Qual a diferença entre os gráficos a e c?

Conclusões:
Equações do tipo $r = acos(n\theta)$ e $r = asin(n\theta)$, representam uma _____.
O valor de a determina _____.
O valor de n determina _____. Quando n for par são _____, quando n foi ímpar são _____.
Equações do tipo $r = acos(n\theta)$ tem suas pétalas _____.
Equações do tipo $r = asin(n\theta)$ tem suas pétalas _____.

Para refletir: Como podemos explicar a diferença entre as representações gráficas das equações com cosseno com as representações gráficas das equações com seno matematicamente?

Fonte: (ZABEL, 2017a).

Esta atividade foi marcada tanto pela utilização do software matemático GeoGebra, quanto pela noção de atividade investigativa (PONTE, BROCADO e OLIVEIRA, 2006). Na realização de tal atividade, a professora instigou os acadêmicos a formarem conjecturas sobre a influência dos coeficientes nas equações polares. Por meio da dinamicidade do software, que permite utilizar controles deslizantes, foi possível perceber como se dá a construção dos gráficos. Com a possibilidade de alterar rapidamente de uma representação geométrica para outra, ou ainda representar diferentes equações no mesmo plano, os acadêmicos identificaram a influência dos coeficientes e a

propriedades de cada equação polar. Desta maneira, as conjecturas criadas foram analisadas, discutidas e refutadas ou atestadas.

Diferentemente de aulas expositivas, em que os conceitos, relações e definições são reproduzidos no quadro, tais elementos foram construídos em conjunto, observando as representações geométricas das equações polares. Novamente, assim como na atividade anterior, a produção do conhecimento ocorreu por meio da troca de experiências entre acadêmicos e a professora, de forma dinâmica.

Como citado no início desta seção, o sistema polar não ganha atenção nos livros de cálculo, porém foi importante para os acadêmicos a percepção de outro sistema de coordenadas. Essa ampliação de conceitos geométricos permite que a percepção de espaço do sujeito seja alterada. Tal aspecto é reforçado pela utilização do GeoGebra, que permite a visualização das imagens.

Volume dos sólidos e visualização no Winplot

Ainda na disciplina de Cálculo IV, outro objeto de estudo foi o volume dos sólidos, calculado pelas integrais triplas em coordenadas cartesianas, cilíndricas e esféricas. Por isso, foi abordado a definição de integral tripla e a ideia das mudanças de variáveis. Para isso, foram resolvidos exemplos em sala em que não apenas foram calculados os volumes dos sólidos, mas também foram plotadas suas representações 3D no software Winplot. Por isso, nesta atividade, além de fazer todos os cálculos para resolver a integral tripla envolvida, se fez necessário compreender a estrutura do software e reconhecer outros elementos presentes no sólido. A seguir, serão apresentadas as resoluções de dois exercícios que compuseram uma lista entregue aos acadêmicos depois de vários exemplos terem sido resolvidos em sala.

O primeiro exercício consiste em construir e calcular o volume do sólido delimitado inferiormente por $z = -\sqrt{x^2 + y^2}$, lateralmente por $x^2 + y^2 =$

4 e superiormente por $z = \sqrt{9 + 4x^2 + 4y^2}$. Sua resolução está contida no quadro 9.

Quadro 9 – Cálculo do volume de sólidos e construção no Winplot I

Para construir o sólido e conseguir montar a integral que calcula seu volume é importante identificar as superfícies envolvidas. A primeira trata-se da parte inferior de um cone reto equilátero de vértice na origem. A segunda equação, como está na terceira dimensão consiste em um cilindro circular reto, centrado na origem e de raio $r = 2$. Por fim, a terceira equação representa a parte superior de um hiperboloide de duas folhas centrado na origem. O sistema de coordenadas adequado para o cálculo do volume deste sólido é o de cilíndricas, logo é preciso transformar as equações de cartesianas para tal sistema.

$$z = -\sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow z = -r$$

$$x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow r = 2$$

$$z = \sqrt{9 + 4x^2} + 4y^2 \Rightarrow z = \sqrt{9 + 4r^2}$$

Como se pode constatar, o cilindro se intercepta com o semi-cone em $z = -2$ e com o hiperboloide em $z = 5$, determinando em ambas as intersecções circunferências de raio $r = 2$. Assim, para o cálculo da integral θ varia de 0 a 2π, r varia de 0 a 2 e z varia do semi-cone ($-r$) até o hiperboloide ($\sqrt{9 + 4r^2}$). Desta forma:

$$V = \int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_{-r}^{\sqrt{9-4r^2}} r\, dzdrd\theta = \frac{65\pi}{3}\ u.v.$$

Para construção do sólido no Winplot, deve-se abrir a janela de visualização 3D e construir uma superfície de cada vez respeitando suas variações e cada qual em um sistema de coordenadas que torna melhor a representação.

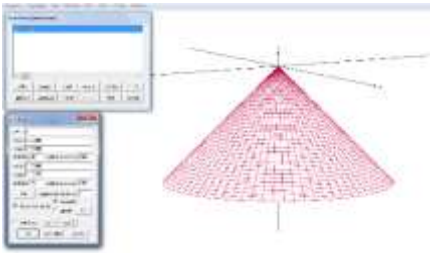
1. Construção do Semi-cone:

Equação em coordenadas cilíndricas: $z = -r$

Variação de r: 0 a 2

Variação[23] de t: 0 a $2\pi \rightarrow 2 * pi$

23 Quando aparecer este símbolo (→) significa que para utilizar a sentença matemática que vem antes dele no software, você deve digitar o que vem depois.



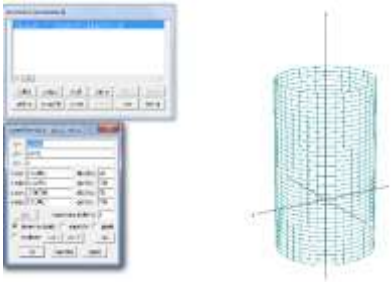
2. Construção do Cilindro:

Equações em coordenadas paramétricas:

$$x = 2cos(t)$$
$$y = 2sin(t)$$
$$z = u$$

Variação de t: 0 a $2\pi \rightarrow 2 * pi$

Variação de z: -2 a 5

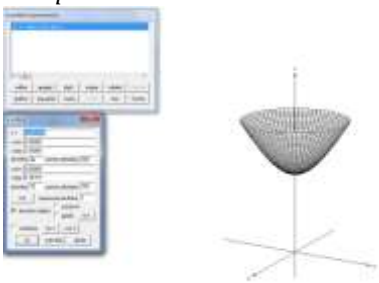


3) Hiperboloide de duas folhas:

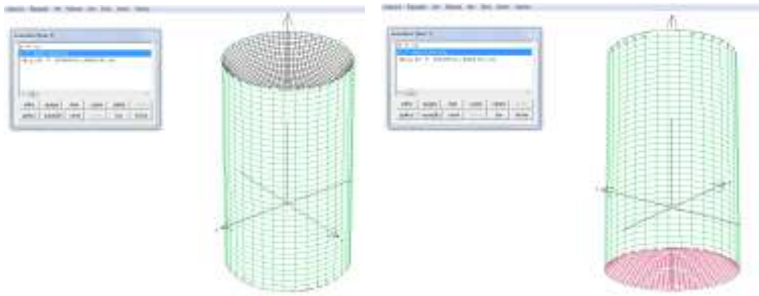
Equação em coordenadas cilíndricas: $z = \sqrt{9 + 4r^2} \rightarrow z = sqrt(9 + 4rr)$

Variação de r: 0 a 2

Variação de t: 0 a $2\pi \rightarrow 2 * pi$



O sólido fica:



Fonte: Dos autores.

Já no segundo exercício, era necessário construir e calcular o volume do sólido delimitado simultaneamente por $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $z = \sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}}$, $z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ e $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$. Sua resolução será apresentada a seguir, no quadro 10.

Quadro 10 – Cálculo do volume de sólidos e construção no Winplot 2

Seguindo os mesmos passos do exemplo anterior, verifica-se que as duas primeiras equações representam as partes positivas de cones com vértices na origem e as duas últimas esferas de raios $\rho = 2$ e $\rho = 4$, respectivamente. De acordo com as características das superfícies, a integral tripla deve ser montada utilizando-se as coordenadas esféricas. Assim:

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$

$$z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{3}$$

$$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2} \Rightarrow \rho = 2$$

$$z = \sqrt{16 - x^2 - y^2} \Rightarrow \rho = 4$$

Fazendo as intersecções entre as esferas e os semi-cones temos que: a esfera menor se intersecta com os semi-cones em $z = \sqrt{2}$ e $z = 1$, determinando circunferências de raios $r = \sqrt{2}$ e $r = \sqrt{3}$, respectivamente; já a esfera maior se intersecta com os semi-cones em $z = 2\sqrt{2}$ e $z = 2$, determinando circunferências de raios $r = 2\sqrt{2}$ e $r =$

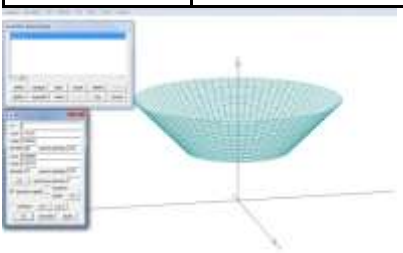
$2\sqrt{3}$. Para o cálculo do volume estas informações não se configuram como importantes, apenas para plotar o gráfico no Winplot. Isso porque os limitantes das integrais são os valores numéricos apontados pelas suas próprias equações esféricas, ficando apenas a variação de θ a ser descoberta, compreendida de 0 a 2π. De qualquer forma:

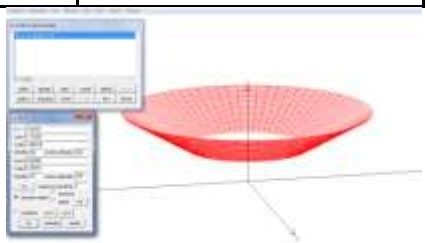
$$V = \int_0^{2\pi} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \int_2^4 \rho^2 \cdot sen(\varphi)\, d\rho d\varphi d\theta = \frac{56\pi}{3}\left(\sqrt{2} - 1\right) u.v.$$

Construção do sólido:

1. Semi-cones:

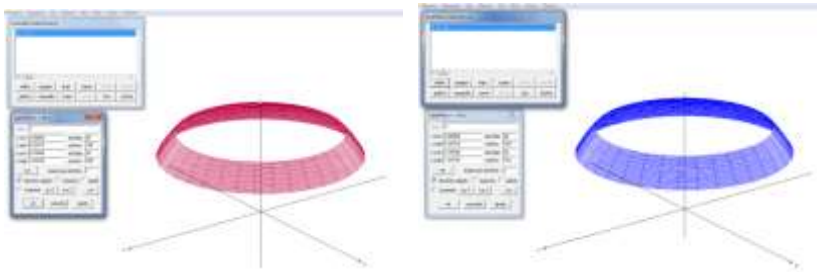
Equações em coordenadas cilíndricas:	$z = r$	$z = \frac{r}{\sqrt{3}} \rightarrow z = r/(sqrt(3))$
Variações de r:	$\sqrt{2} \rightarrow sqrt(2)$ a $2\sqrt{2} \rightarrow 2 * sqrt(2)$	$\sqrt{3} \rightarrow sqrt(3)$ a $2\sqrt{3} \rightarrow 2 * sqrt(3)$
Variações de t:	0 e $2\pi \rightarrow 2 * pi$	0 a $2\pi \rightarrow 2 * pi$



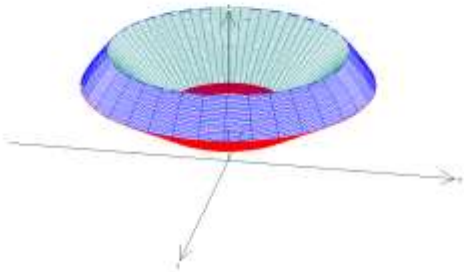


2. Esferas:

Equações em coordenadas esféricas:	$r = 2$	$r = 4$
Variações de t:	0 a $2\pi \rightarrow 2 * pi$	0 a $2\pi \rightarrow 2 * pi$
Variações de u:	$\frac{\pi}{4} \rightarrow pi/4$ a $\frac{\pi}{3} \rightarrow pi/3$	$\frac{\pi}{4} \rightarrow pi/4$ a $\frac{\pi}{3} \rightarrow pi/3$



O sólido inteiro:



Fonte: Dos autores

A principal alteração do processo de produção do conhecimento provocada pela utilização das novas tecnologias foi percebida nesta atividade. A representação, tão importante na compreensão dos conceitos geométricos, foi aguçada com o auxílio do software Winplot. Assim, os acadêmicos puderam não só visualizar o sólido que estavam calculando o volume, como esta visualização também auxiliou na montagem das integrais, à medida que puderam identificar as curvas limitantes do sólido, bem como o sistema de coordenadas mais apropriado para o cálculo da integral que calcula tal volume.

Ainda mais, os comandos necessários para plotar as curvas que limitam os sólidos requerem que os acadêmicos façam o cálculo da variação dos parâmetros antes de utilizar o software. Ou seja, conceitos de cálculo foram trabalhados não apenas para o cálculo da integral, mas complementados para a construção do sólido no Winplot, o que a contribuiu para o processo de aprendizagem dos conceitos.

Nesse sentido, o processo de representação-visualização (GOUVEIA, 2010), citado neste texto, teve um elemento diferenciado, pois os próprios acadêmicos tiveram que construir as representações geométricas, para depois poderem visualizar. Quando o professor leva as representações geométricas em seu computador e as projeta, pode ser que ocorra a simples mudança de mídias para acontecer uma aula expositiva semelhante à que ocorreria com as antigas mídias. É indiscutível que até esse simples fato torna a aula um pouco mais atrativa e dinâmica. Porém, da forma como aconteceu, o processo de ensino e aprendizagem foi ainda mais modificado pela presença das novas tecnologias, já que cada acadêmico teve suas próprias ideias de construção e observou aspectos diferentes dos outros em relação ao conteúdo.

Considerações finais

As disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral envolvem conceitos importantes para a formação do futuro professor de matemática, ainda que em grande parte desta formação tal fato não é tão evidenciado, por seu foco ser relativamente ligado a reprodução desses conceitos em listas de exercícios. Nesse sentido, entendemos que é preciso tornar o processo de ensino e aprendizagem desses conteúdos dinâmico e contextualizado, garantindo que os futuros professores possam refletir sobre os mesmos. Além disso, a utilização das tecnologias neste contexto se torna importante, pois é umas das formas possíveis de alcançar as mudanças desejadas no processo de ensino e aprendizagem das disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral.

Neste capítulo, apresentamos três atividades realizadas ao longo das disciplinas de Cálculo III e Cálculo IV. Porém atividades com a utilização de novas tecnologias estiveram presentes em outros momentos das disciplinas, durante as aulas de exercícios e como apoio didático para a professora. Nesse contexto, ressaltamos que as aulas ocorreram de forma dinâmica, sendo que na

maioria delas o papel da professora foi o de mediadora das atividades. Houve aulas em que o quadro nem mesmo foi utilizado.

Assim, a produção de conhecimento teve os acadêmicos como principais atores desse processo. O resultado dessas experiências é, de fato, muito positivo e com grande potencial pedagógico. Aqui, relatamos experiências que foram realizadas em salas de aula, com todos os estudantes de uma turma, sem objetivos de pesquisa acadêmica. O relato fez com que evidenciássemos ainda mais o valor de tais atividades e como o ensino de cálculo pode ser ministrado de forma não convencional.

No entanto, a construção e produção de tais atividades requer tempo do professor para elaboração e avaliação constante das mesmas. Assim, são perceptíveis as demandas que as inserções das tecnologias causam na prática do docente, tais como mudanças na organização do espaço físico, na carga de trabalho, nas relações entre professores e acadêmicos, nas emoções, no papel do professor, na organização do currículo, entre outras (MARIM; PENTEADO, 2011).

Por fim, enfatizamos que a experiência relatada neste capítulo não é uma experiência pontual. Buscamos, nas disciplinas de Cálculo III e Cálculo IV, realizar atividades com o uso das novas tecnologias, em especial, os softwares de geometria dinâmica, constantemente, por entendermos as potencialidades desse uso nos processos de ensino e aprendizagem. Esperamos que os leitores deste texto, inspirem-se e se aventurem a reproduzir tais atividades, adaptando-as as suas realidades.

Referências

BARBOSA, Sandra Malta. **Tecnologias da Informação e Comunicação, Função Composta e Regra da Cadeia.** 2009. Tese (Doutorado). Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2009.

BARUFI, Maria Cristina Bonomi. **A Construção/Negociação de Significados no Curso Universitário Inicial de Cálculo Diferencial e Integral.** 1999. Tese (Doutorado). USP. São Paulo, 1999.

DEMO, Pedro. **Educação Científica.** Revista Brasileira de iniciação científica – ISSN. v. 1, n. 1, 2014.

FLEMMING, Diva Marília. GONÇALVES, Mirian Buss. **Cálculo B:** Funções de Várias Variáveis, Integrais Múltiplas, Integrais Curvilíneas e de Superfície. 2. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007. 435 p.

GOUVEIA, Carolina Augusta Assumpção. **Processos de visualização e representação de Conceitos de Cálculo Diferencial e Integral com um Software Tridimensional.** 2010. Dissertação (Mestrado). UNESP. Rio Claro, 2010.

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um curso de cálculo:** volume 3. 5. ed. São Paulo: LTC, 2013. 380 p.

GUIDORIZZI, Hamilton Luiz. **Um curso de cálculo:** volume 4. 5. ed. São Paulo: LTC, 2002. 527 p.

LENKE, Raiani. **Funções reais de duas variáveis e GeoGebra:** um livro dinâmico para o ensino de cálculo. 2017. Dissertação (Mestrado). Centro de Ciências e Tecnologia. Universidade do Estado de Santa Catarina. Joinville. 2017.

MARIN, D.; PENTEADO, M. G. **Professores que utilizam tecnologia de informação e comunicação para ensinar Cálculo.** *Educ. Matem. Pesq.,* São Paulo, v. 13, n. 3, p. 527-546, 2011.

MORAN, J. M. **Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas.** (Org.). MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. *In:* Novas tecnologias e mediação pedagógica. 12. ed. Campinas: Papirus, 2006. p. 11-65.

PIERCE, R.; STACEY, K. Observations on students' responses to learning in CAS environment. Mathematics Education Research Journal, Melbourne, v. 13, n. 1, p. 28-46, 2001.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2003.

SCUCUGLIA, Ricardo. **A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com Calculadoras Gráficas.** 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Universidade Estadual Paulista. Rio Claro, 2006.

TIKHOMIROV, O. K. **The psychological consequences of computerization.** (Org.). WERTSCH, J. V. *In:* The concept of activity in sovietc psychology. New York: M. E. Sharpe, 1981. p. 256-278.

Wikipédia. **Série (matemática).** Disponível em: <pt.wikipedia.org/wiki/Série_(matemática)>. Acesso em: 08 de mai. de 2018.

ZABEL, Marília. **Gráfico de equações polares:** roteiro investigativo. 18 de set. de 2017. 3 f. Notas de aula. Impresso.

ZABEL, Marília. **Trabalho de Séries Numéricas:** roteiro para atualização da página do Wikipédia. 4-25 de abr. de 2017. 1 f. Notas de aula. Impresso.

Capítulo 9

Educação Matemática e Tecnologias: desvendando seus mistérios

Cristiano Duarte[1]
Ruy Piehowiack[2]

Apresentaremos neste capítulo os tópicos relacionados ao uso de tecnologias no processo ensino-aprendizagem, desenvolvido na disciplina de Educação Matemática e Tecnologias, da sétima fase do curso de Licenciatura em Matemática. Por vivermos em uma era digital, onde o mundo eletrônico está em constante evolução, fazendo-se cada vez mais presente em nosso dia-a-dia, torna-se evidente a necessidade de preparo dos futuros professores para que saibam lidar com tais ferramentas tecnológicas. O uso de softwares educacionais em sala de aula ainda é considerado por muitos professores desnecessário, que sem o devido preparo, muitas vezes desconhecem os potenciais das mais variadas ferramentas eletrônicas disponíveis, das quais são na sua grande maioria de licença livre, ou seja, grátis. Muitas vezes por falta de conhecimento, ou até mesmo por uma questão de conforto, os professores deixam de buscar novos meios para se trabalhar os mais variados conteúdos com nossos alunos, não

[1] Licenciado em Matemática, Instituto Federal Catarinense – Campus Rio do Sul. E-mail: cristianoduarteifc@gmail.com.
[2] Graduado em Matemática; professor do Instituto Federal Catarinense – Campus Rio do Sul. E-mail: ruy.piehowiak@ifc.edu.br

somente em sala de aula, pois podemos inovar também no jeito de criar e trabalhar as lições de casa. O uso de tecnologias quando utilizada de forma correta, deixando claro o objetivo da atividade para o aluno, e que este não se disperse facilmente criando a falsa ilusão de ser apenas uma brincadeira, pode sim trazer grandes benefícios para o aprendizado matemático.

Considerações Iniciais

Neste capítulo abordaremos um pouco da história do uso de tecnologias no processo ensino-aprendizagem, onde falaremos em resumo sobre os principais programas governamentais direcionados ao uso de tecnologias em sala de aula, na grande maioria deles com o objetivo de inserir no cotidiano dos professores e alunos o computador como ferramenta pedagógica, objetivando a aprendizagem por meio deste.

Após este breve histórico, será apresentado como foi o desenvolvimento da disciplina de Educação Matemática e Tecnologias, que visa o preparo do futuro docente, para a utilização das mais variadas ferramentas tecnológicas como auxílio em sua prática docente. Dentre estas estão o uso dos softwares matemáticos Winplot e Winmat, o uso do pacote de ferramentas do Libre Office, a Lousa Digital que veio com a promessa de inovar o modo de se trabalhar nas salas de aula e o Google Classroom, com várias ferramentas para se trabalhar tanto dentro quanto fora da sala de aula.

Um pouco de história - ações governamentais

EDUCOM

As primeiras discussões sobre o uso dos computadores como ferramenta educacional no Brasil, tiveram início na década de 70. De acordo com o livro Projeto EDUCOM (Andrade, P. F., & Albuquerque Lima, M. C. M., 1993),

mais precisamente em 1971, com o seu direcionamento ao ensino de Física. Este foi o primeiro projeto público, idealizado pela comunidade científica do Brasil, cuja intenção era a de agregar o uso do computador nas escolas, inclusive na sala de aula. Eis que surge então um certo medo, de que o professor perderia seu lugar para uma máquina, certamente o objetivo não era esse, e sim, de poder utilizá-lo como recurso pedagógico, auxiliando o professor em suas aulas, como foi colocado no I Seminário Nacional de Informática Educacional ocorrido em agosto de 1981. Juntamente com esta nova ferramenta, estariam disponíveis softwares educativos e o acesso à internet, podendo-se trabalhar em diversas disciplinas, promovendo uma aula mais dinâmica, atrativa, havendo também uma maior interação entre professor-aluno e aluno-aluno.

Vale ressaltar que a implantação do Projeto EDUCOM, elaborado em 1983 pela hoje extinta Secretaria Especial de Informática (SEI), ocorreu durante o regime da Ditadura Militar, que durou entre abril de 1964 e março de 1985. Mesmo com toda a dificuldade de se adquirir os equipamentos necessários, pois não era possível comprá-los de outros países e as cinco empresas fabricantes que obtiveram autorização do governo para se instalarem no Brasil, eram multinacionais que utilizavam de tecnologia estrangeira para a montagem das máquinas, não possuíam estrutura suficiente para atenderem a demanda. Por serem equipamentos caros, a implantação inicial deste projeto ocorreu em apenas cinco universidades públicas: Universidades Federais de Pernambuco, Minas Gerais, Rio de Janeiro e Rio Grande do Sul e na Estadual de Campinas. Estas foram selecionadas dentre os vinte e seis projetos encaminhados a SEI.

Depois de tanta discussão, seminários, projetos desenvolvidos, e claro dinheiro investido, percebeu-se a necessidade de preparar a quem estaria de fato trabalhando com estes equipamentos. Não se trata apenas da questão de utilizá-los, mas também de como e quando fazer o seu uso. De acordo com Peixoto:

> É preciso observar também que, dada as características do programa EDUCOM, será importante que ele não seja marcado pela busca imediata de relações de custo

> benefício nos resultados, como mais alunos formados em tempo mais reduzido, etc. A primeira fase deverá ser marcada principalmente pela produção de material e formação de professores e, desse modo, os alunos deverão ser mais juízes do que propriamente sujeitos da aplicação do Programa. (1984, p. 27).

A partir desta necessidade o projeto FORMAR, agregado em 1986 com o projeto EDUCOM, desenvolvido pela Unicamp, vem com o objetivo exclusivo de capacitação dos professores e de técnicos da rede pública, para então atuarem com a informática educativa. Os docentes capacitados, recebiam a missão de repassar os conhecimentos adquiridos aos professores e técnicos de sua cidade ou região, promovendo novos cursos de capacitação.

Em 1984 após vários problemas financeiros, o projeto EDUCOM vê seu fim com a mudança de governo do país.

PRONINFE

Em 1989 inspirado pelo pioneiro projeto EDUCOM surge o PRONINFE (Programa Nacional de Informática Educativa), cujo objetivo é o da capacitação contínua para professores, técnicos e pesquisadores da tecnologia de informática educativa. Segundo o livro PRONINFE (BRASIL, 1994), o programa visa:

> a capacitação contínua e permanente de professores de três níveis de ensino e da educação especial, para o domínio da tecnologia de informática educativa para a condução do ensino e da pesquisa nesta área, a utilização da informática na prática educativa e nos planos curriculares, a integração, a consolidação e ampliação de pesquisas; a socialização dos conhecimentos e experiências desenvolvidas em informática educativa.

Outro ponto importante deste programa, é a preocupação em se obter softwares educacionais de qualidade, incentivando a compra e o desenvolvimento desses programas educativos computacionais, como estabelece o PRONINFE (BRASIL, 1994):

> Este Programa incentivará: / a criação de equipes interdisciplinares de produção e avaliação de programa educativo baseado no computador, qualificadas para lidar com as questões sócio, psicopedagógicas, epistemológicas e técnicas; / a produção de sistemas do tipo ferramenta; / a aquisição de programas educativos computacionais por órgãos públicos, devidamente avaliados por grupos de pesquisa com experiência comprovada na área de produção e ou avaliação desses programas; / a introdução no mercado de programas educativos de qualidade, provenientes de pesquisas, no sentido de gerar padrões de qualidade; / a criação de catálogos, bancos de dados, de sistemas e ferramentas computacionais e glossário de termos técnicos pertinentes à área de informática educativa, para a disseminação e consulta de informação, em nível nacional.

Além da preocupação com a capacitação de professores, o programa apoia e incentiva cursos de pós graduação voltados à educação informatizada, quando o PRONINFE (Brasil, 1994) estabelece ações a serem desenvolvidas:

> - apoio técnico e financeiro para cursos de formação de recursos humanos em informática educativa, requeridos para a execução dos diversos subprogramas, de acordo com o detalhamento abaixo:
> a) cursos de especialização ou aperfeiçoamento; b) cursos de mestrado e doutorado; e c) mecanismos complementares (estágios, seminários, jornadas, oficinas, pós-doutorado, entre outros) de formação de recursos humanos em informática educativa, articulação com organismos nacionais e internacionais para a obtenção e distribuição de bolsas de estudo para os cursos de formação de recursos humanos nesta área;
> - cooperação técnico-científica e financeira com organismos nacionais e internacionais de fomento à formação de recursos humanos na área;
> - apoio técnico e financeiro para a realização de programas de formação gerencial de recursos humanos envolvidos na operacionalização do Programa;
> - apoio técnico e financeiro para a avaliação do programa de formação de recursos humanos.

Buscando o incentivo ao uso das tecnologias no processo ensino-aprendizagem do ensino fundamental, médio, educação especial, ensino superior e cursos de pós-graduação.

PROINFO

No ano de 1997 surge o PROINFO (Programa Nacional de Informática na Educação), que supostamente absorveu o PRONINFE, tem como intenção a formação de novos professores para que possam dar continuidade ao projeto, que desta vez distribuiria cem mil computadores com acesso à internet. A preocupação desta vez não era apenas inovar nos métodos de ensino, havia um grande número de pessoas analfabetas que deveriam disponibilizar sua mão de obra para as indústrias em crescimento. Com a abertura das portas do país para o mundo, criou-se a necessidade de produzirmos mais e importarmos menos. Para que isso fosse possível, seria necessário muito mais do que alfabetizar as massas com carência financeira, era preciso que estes dispusessem de conhecimento tecnológico. Toda essa necessidade de ensinar e qualificar jovens e adultos, fez com que fosse preciso capacitar os professores, que após o uso e domínio de novas tecnologias, não somente dos computadores, como também calculadoras e etc., deveriam ensinar como utilizá-los. Para muitas famílias carentes, por serem equipamentos caros, esse foi o único meio de se ter acesso a tais tecnologias.

Após dez anos do lançamento do programa PROINFO, muita coisa mudou, não somente em relação a tecnologia que avançou, e muito, como também o próprio estilo de viver das pessoas, tivemos alterações em tudo. Sendo assim, houve a necessidade de atualização, adaptação deste programa a realidade em que nos encontrávamos. Com este objetivo, em 2007 foi feita uma reestruturação dos seus objetivos encontrada na Lei 10.172, de 09 de janeiro de 2001:

> Art. Iº O Programa Nacional de Tecnologia Educacional - ProInfo, executado no âmbito do Ministério da Educação, promoverá o uso pedagógico das tecnologias de informação e comunicação nas redes públicas de educação básica.
> Parágrafo único. São objetivos do ProInfo:
> I - promover o uso pedagógico das tecnologias de informação e comunicação nas escolas de educação básica das redes públicas de ensino urbanas e rurais;
> II - fomentar a melhoria do processo de ensino e aprendizagem com o uso das tecnologias de informação e comunicação;
> III - promover a capacitação dos agentes educacionais envolvidos nas ações do Programa;

> IV - contribuir com a inclusão digital por meio da ampliação do acesso a computadores, da conexão à rede mundial de computadores e de outras tecnologias digitais, beneficiando a comunidade escolar e a população próxima às escolas;
> V - contribuir para a preparação dos jovens e adultos para o mercado de trabalho por meio do uso das tecnologias de informação e comunicação; e
> VI - fomentar a produção nacional de conteúdos digitais educacionais.

Através deste decreto o PROINFO visa capacitar os professores, além de facilitar a formação continuada em cursos de pós-graduação, gerando inclusão digital, para que o docente possa tornar suas aulas mais dinâmicas, interativas e atrativas, fazendo com que o aluno sinta prazer em aprender.

Tecnologias e a formação do professor

Após um breve histórico dos principais programas governamentais voltados para a inserção do uso de tecnologias em sala de aula, vamos relatar as experiências de se trabalhar com softwares voltados ao ensino da matemática, assim como o próprio nome da disciplina diz, Educação Matemática e Tecnologias.

Durante o semestre letivo, foi nos proporcionado o conhecimento de novas ferramentas didáticas, muito além de saber o que é ou o que ele faz, tivemos a oportunidade de utilizá-los em sala de aula, facilitando o esclarecimento de dúvidas que surgiram durante o uso destes. Dessa forma, fica evidente a necessidade de saber o quando e como fazer o uso por exemplo do computador em nossas aulas. Assim como afirma Villareal (1999, p. 362):

> [...] o computador pode ser tanto um reorganizador quanto um suplemento nas atividades dos estudantes para aprender Matemática, dependendo da abordagem que eles desenvolvam nesse ambiente computacional. Do tipo de atividades propostas, das relações que for estabelecida com o computador, da frequência no uso e da familiaridade no uso e da familiaridade que se tenha com ele.

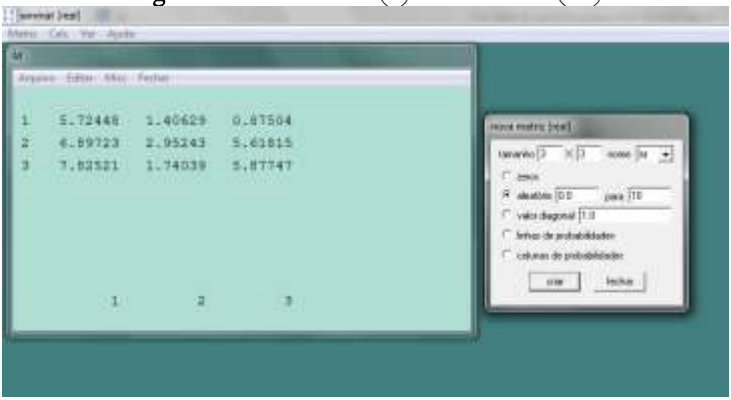
As ferramentas abordadas durante a disciplina são na sua grande maioria, softwares de licença livre que visam facilitar o aprendizado do aluno juntamente ao acesso, ou aquisição destes, por serem gratuitos.

Mas afinal, que ferramentas são essas? Gratuitas? A seguir vamos abordar alguns destes programas criados para auxiliar, facilitar a vida do professor ao mesmo tempo em que encanta seus alunos e desperta a curiosidade juntamente com a vontade de aprender mais.

WINMAT

Outro software de interface bastante simples, inclusive muito parecido com o descrito anteriormente, mas com funções diferentes. Este software algébrico, destina-se a construção de matrizes possibilita o cálculo da matriz inversa, transposta, soma de matrizes e encontra o determinante.

Figura 2 – Gráfico da f(x): 1.0+0.25sin(3x)

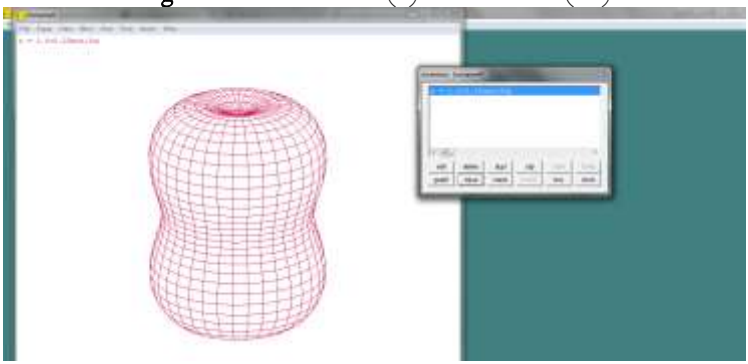


Fonte: Dos autores.

WINPLOT

Como o próprio nome sugere, seu principal objetivo é o de plotar gráficos de equações tanto explícitas quanto implícitas, paramétrica, cilíndrica ou esférica, dando-lhes a opção de representação em 2D ou 3D. Por ser um software considerado pequeno, ele tem sua interface bastante simples, facilitando a observação do comportamento do gráfico quando são alterados os parâmetros da equação definida pelo usuário.

Figura I – Gráfico da f(x): 1.0+0.25sin(3x)



Fonte: Dos autores.

LIBRE OFFICE

O Libre Office nada mais é do que um pacote de ferramentas que possibilita trabalhar com edição de texto, planilhas, apresentações e banco de dados. Com o editor de textos, fica muito mais prático a criação de avaliações e trabalhos escritos, pois possibilita a inserção de fórmulas e equações matemáticas através de um menu específico. Bastante semelhante a versões paga de outro desenvolvedor ao qual estamos habituados, porém sem restrições para uso tanto doméstico quanto empresarial.

Figura 3 – Atividade realizada em sala.

Fonte: Dos autores.

LOUSA DIGITAL

Em 2012 o Ministério da Educação, através do Fundo Nacional de Desenvolvimento Educacional (FNDE), lançou o Programa Nacional de Tecnologia Educacional (PROINFO INTEGRADO), cujo objetivo está direcionado ao incentivo do uso de tecnologias nas escolas públicas, que vai desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior.

O equipamento denominado Lousa Digital, desenvolvido pelas Universidades Federais de Santa Catarina e de Pernambuco, possui teclado, mouse, porta USB, porta para rede Wireless e rede PLC, unidade leitora de DVD e um projetor multimídia. Pensando no cotidiano das escolas, ele foi projetado para ser compacto, leve para o transporte, podendo ser facilmente levado de uma sala para outra, prático e rápido para ser montado e utilizado, possui sistema operacional Linux, sua licença livre permite seu uso no ambiente comercial ou doméstico.

Com o intuito de tornar as aulas do professor muito mais dinâmicas, pois transforma a lousa convencional em uma enorme tela de computador, que além do simples projetar de imagens, permite interagir com o software do equipamento num simples toque na tela, ou na lousa onde a imagem é projetada.

Além dos softwares educacionais já inclusos, direcionados a diversas matérias como Matemática, Geografia, Ciências, Química, é permitido a instalação de novos recursos, podendo ser facilmente adquiridos pela internet. A Lousa Digital também possibilita que o professor planeje sua aula e a salve em um pendrive, para então utilizar em aula, possibilitando que sejam feitas alterações durante seu uso, com opção de salvar as alterações ou criar um novo arquivo, facilitando a aplicação do planejamento em outras turmas, pois sabemos que mesmo sendo trabalhado o mesmo conteúdo, o andamento do processo ensino-aprendizagem varia conforme cada turma de alunos.

Durante as aulas de Educação Matemática e Tecnologias, foi nos possibilitado conhecer melhor este equipamento. Após desvendar os mistérios de montagem e funcionamento da Lousa Digital, realizamos uma pesquisa sobre suas funções com o intuito do preparo de uma aula de matemática simulada, utilizando-se os recursos da Lousa Digital.

Já familiarizados com os softwares disponíveis, realizamos a elaboração da atividade a ser desenvolvida com os nossos alunos, nesse caso, os próprios

colegas de sala. Com a decisão de trabalhar o conteúdo de Geometria Analítica, assunto abordado no terceiro ano do Ensino Médio, elaboramos um roteiro de atividades na qual nossos alunos deveriam desenvolvê-las exclusivamente utilizando as ferramentas Mint e Kalgebra. Conforme a imagem a seguir:

Figura 4 – Atividade realizada em sala.

INSTITUTO FEDERAL
Catarinense
Campus Rio do Sul

Roteiro de Atividades

Nível de Ensino: Ensino Médio **Ano:** 3º

Conteúdo: Geometria Analítica

Alunos:_____

Orientações

1) Atividade a ser realizada em dupla;
2) Salvar todas as atividades realizadas na lousa digital;
3) Ao final da aula, deverá ser entregue o roteiro de atividades devidamente respondido;

Atividades

1) Utilizando a ferramenta Mint, represente os pontos dados no Plano Cartesiano:
   a) (2,3)
   b) (-5,1)
   c) (-3,-3)
   d) (-2,0)
   e) (2,0)
   f) (0,4)
   g) (0,0)
   h) (0,12)
   i) (5,0)
   j) (4,2)
   k) (1,-5)

2) Em continuidade da atividade anterior, indique as figuras formadas interligando os pontos conforme indicado abaixo, após calcule o comprimento de cada segmento de reta e a área de cada figura, para auxiliar nos cálculos utilize a ferramenta Kalgebra.
   a) AB,BC,CA
   b) DG,GE,EF,FD
   c) GF,FHI,IE,EG
   d) CK,KJ,JF,FC
   e) CJ,JK,KC

3) O ponto **P** pertence ao eixo *y* e é equidistante dos pontos *a*(-3,0) e *b*(-5,4). Determine **P**. Utilize a ferramenta Mint para visualizar os pontos e o Kalgebra para calcular.

Fonte: Dos autores.

Ao final da realização das atividades com os alunos, realizamos uma discussão sobre as vantagens e desvantagens de se utilizar a Lousa Digital. Do ponto de vista dos alunos, a interação com a tecnologia tornou sim a aula muito mais dinâmica e atraente, além de proporcionar maior interação entre os próprios alunos, que ao verem as dificuldades dos colegas em utilizar o equipamento, ou até mesmo na forma de resolver as questões propostas, tentaram auxiliar dando-lhes dicas para a conclusão de suas metas.

Para o planejamento da aula com o uso da Lousa Digital, foi possível perceber que, ao menos até criarmos o hábito de utilizá-lo em nossas aulas, se faz necessário um planejamento muito mais elaborado. Sabemos que qualquer equipamento está sujeito às falhas, além disso, precisamos enquanto professores, deixar claro os objetivos da aula, como o conhecimento que temos, onde iremos aplica-lo e onde devemos avançar. Deste modo a atividade docente torna-se muito mais rica e atraente para o aluno.

GOOGLE CLASSROOM

Outro meio de se trabalhar com tecnologias aliada à educação, são as plataformas de ensino totalmente on-line. A plataforma que mais tem se destacado é o Google Classroom, que pode ser acessado por qualquer dispositivo conectado à internet, que possua um navegador web e uma conta Google. Esta ferramenta está disponível de duas formas: na versão gratuita do Google, onde professores podem se organizar para uso pessoal como por exemplo em aulas particulares ou, na compra do pacote Google for Education destinado ao uso institucional.

Durante o andamento da disciplina de Educação Matemática e Tecnologias, nos foi possibilitado a oportunidade de conhecer e utilizar a ferramenta Google for Education, na qual o professor organizava as aulas desta disciplina.

O docente já cadastrado na conta Google, pode facilmente criar uma sala virtual na qual os alunos são convidados a participar, o convite pode ser feito através de um código gerado pela sala virtual e repassado aos alunos, ou

cadastramento o e-mail de cada aluno, este e-mail deve pertencer a conta Google, que receberá o convite para criar um usuário e senha na sala virtual. Cada aluno pode personalizar seu perfil utilizando uma foto pessoal ou imagem qualquer.

Ao fazer o login na sala virtual, o aluno terá como visão o mural da turma que lhes possibilita verificar notícias criadas pelo professor, que podem ser lembretes para provas, participação em eventos institucionais ou trabalhos escolares a serem entregues. Pode-se visualizar o perfil dos alunos cadastrados na mesma turma, além de criar fóruns para discussão relacionada aos mais diversos assuntos. Uma boa opção para o estudo em grupos, nesse caso realizado a distância, facilitando o esclarecimento de dúvidas das atividades realizadas em sala ou mesmo em casa.

Na sala virtual também é disponibilizada a opção criar tarefas. Com esta ferramenta o professor pode por exemplo, criar um roteiro de atividades a serem desenvolvidas por seus alunos, individualmente ou em grupo, com data de entrega pré-estabelecida. Assim os alunos são avisados por e-mail e também ao acessarem a sala virtual. A devolutiva desta atividade pode ser feita diretamente na sala virtual, onde o docente pode optar por receber ou não após o prazo estipulado. Após realizada a correção das atividades, os alunos recebem a devolutiva já com a nota que pode ser acompanhada de considerações sobre a atividade desenvolvida.

Uma das maiores vantagens nesse tipo de ferramenta, é a opção de o aluno poder acessar o conteúdo disponibilizado pelo professor em qualquer lugar, desde que se tenha acesso a internet obviamente, utilizando seu notebook, tablet, computadores ou seu celular.

O próprio site da Google fornece treinamento para os docentes interessados em utilizar estas ferramentas. Dentre os treinamentos direcionados a esta área estão o Treinamento sobre dispositivos; Curso para instrutores; Curso de cidadania digital e segurança e Tools for Diverse Learners Training. O desenvolvedor ainda fornece a certificação de alguns cursos, dentre eles estão:

- Educador nível 1, que tem a validade de trinta e seis meses, é destinado aos professores que utilizam as ferramentas Google em sala de aula e que ainda estão em um nível básico de conhecimento da plataforma.
- Educador nível 2, também destinados aos professores que utilizam as ferramentas Google, neste caso em um nível mais avançado. Este certificado tem validade de trinta e seis meses.

Os dois modos de certificação estão organizados em três módulos, sendo o primeiro um treinamento básico, onde você poderá conhecer as ferramentas Google disponíveis e suas funções. O segundo módulo tem o objetivo de revisar o conteúdo aprendido para que o professor coloque-o em prático em sala de aula, além de fornecer dicas sobre a realização do exame do módulo três. No terceiro módulo acontece o exame de certificação, na qual o docente deverá se inscrever quando sentir-se preparado para a avaliação dos conhecimentos obtidos durante seu treinamento. O exame estará disponibilizado para realização vinte e quatro horas após sua inscrição com duração de cento e oitenta minutos sem intervalos com um custo de dez dólares para o nível um e vinte e cinco dólares para o nível dois.

Conclusão

Vemos a necessidade de atualização da prática pedagógica, indiferente da disciplina lecionada. Mesmo sabendo das dificuldades encontradas na difícil tarefas de ser professor, que muitas vezes tem que lutar para se ter as condições mínimas e dignas de seu trabalho, fica evidente a necessidade de se dedicar um pouco mais de seu tempo para uma atualização e porque não, modernização de suas metodologias.

Na era digital em que vivemos, onde a informação está por todo lado, os alunos podem rapidamente obter acesso a livros, artigos e até mesmo pesquisas em andamentos dos mais variados tipos, com um simples click, sem sair de

casa. Tendo em vista esse e outros fatores envolvem os mais variados métodos de se trabalhar o processo ensino-aprendizagem, fica evidente a necessidade de se despertar o interesse e a curiosidade desses jovens que se sentem muitas vezes presos no passado ao verem os mesmos conteúdos sendo ensinados da mesma forma que eram repassados aos seus pais.

A tecnologia está tão envolvida em nosso cotidiano que fica praticamente impossível fugirmos dela. Por isso podemos nos aproveitar dela, utilizando-a como uma ferramenta pedagógica para disponível a auxiliar o professor, possibilitando uma interação de forma atrativa para com o aluno.

Referências

ANDRADE, P. F.& Albuquerque Lima, M.C.M. (1993). **Projeto EDUCOM**. Brasília: MEC/OEA.

BRASIL. Portaria nº 86 de 1º de fevereiro de 2013. Institui o Programa Nacional de Educação do Campo - PRONACAMPO, e define suas diretrizes gerais. Disponível em: <http://pronacampo.mec.gov.br/arquivos/port_86_01022013.pdf >. Acesso em: 26 de fevereiro 2018.

BRASIL, Presidência da República. Casa Civil. Subchefia para Assuntos Jurídicos. Decreto nº 6.300, de 12 de dezembro de 2007. Dispõe sobre o Programa Nacional de Tecnologia Educacional – ProInfo. Disponível em. Acesso em 25 de fevereiro de 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. B823p **Programa Nacional de informática educativa**/MEC/SEMTEC.-Brasília: PRONINFE, 1994.

FNDE. Computador Interativo e Lousa Digital (Projetor Proinfo). Disponível em: < http://www.fnde.gov.br/portaldecompras/index.php/produtos/computador-interatvo-projetor >. Acesso em 13 de março de 2018.

PEIXOTO, Maria do Carmo de Lacerda. O computador no ensino de 2º grau no Brasil. In: **Tecnologia Educacional**. Rio de Janeiro: ABT (Associação Brasileira de Tecnologia Educacional), Ano XIII, nº 60, Set/Out 1984.

Capítulo 10

A construção de jogos: alternativas para estimular o ensino da matemática

Andressa Trainotti[1]
Geicimara Fuck[2]
Jailson Henrique Fernandes[3]
Mirian Kranz[4]
Raquel Werlich[5]

O ensino da matemática torna-se a cada dia mais desafiador considerando a rejeição por parte dos alunos fazendo-se necessária a busca por metodologias que auxiliem no ensino e aprendizagem de matemática. Como uma opção para auxiliar os professores nesta tarefa, é apresentado o Laboratório de Matemática incorporado ao uso de materiais alternativos. As escolas em geral não dispõem de Laboratório de Matemática equipado e preparado para atender a demanda de alunos. Diante disso, o objetivo é mostrar a construção de jogos matemáticos com materiais

[1] Mestranda do PPG em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Licenciada em Matemática pelo IFC Rio do Sul, andressatrainotti@hotmail.com.
[2] Licenciada em Matemática pelo IFC Rio do Sul, ge29matematica@gmail.com.
[3] Licenciado em Matemática pelo IFC Rio do Sul, jailsonhfernandes@gmail.com.
[4] Licenciada em Matemática pelo IFC Rio do Sul, miriankranz@gmail.com
[5] Docente da disciplina Laboratório de Ensino e Aprendizagem I/2015, raquelwerlich@yahoo.com.br

acessíveis que podem ser elaborados por professores e alunos e como estes podem auxiliar no processo de ensino-aprendizagem de matemática. Os trabalhos foram desenvolvidos pelos acadêmicos de Licenciatura em Matemática na disciplina de Laboratório de Prática de Ensino e Aprendizagem, no qual foram construídos diversos jogos matemáticos com destaque para o Ensino Fundamental.

Das notas iniciais

O ensino de Matemática tem sido um desafio para os professores nos últimos anos. Sabe-se que existe certo "medo" por parte dos estudantes quanto à esta disciplina e, como consequência, estes querem "fugir" dos cálculos por verem a Matemática como algo difícil e monstruoso. Deste modo, nos deparamos com alunos desestimulados à aprender matemática e esta disciplina se torna a vilã do Ensino Fundamental e Médio. Logo, um grande desafio para os educadores matemáticos é ensinar esta disciplina de forma interessante e atual.

Segundo Aguiar et al (2012), sabendo da rejeição à Matemática que existe por parte dos alunos, cabe ao professor a busca por novas propostas pedagógicas para aperfeiçoar sua prática em sala de aula, complementando à dedução de fórmulas e demonstração, visto que a Matemática exerce papel fundamental no desenvolvimento do raciocínio lógico, dedutivo e analítico.

Diante desta perspectiva, faz-se necessário ampliar as estratégias de ensino e buscar por metodologias que auxiliem no ensino-aprendizagem de matemática. O Laboratório de Matemática e o uso de materiais alternativos é uma opção para auxiliar os professores na prática docente propiciando uma aprendizagem significativa e prazerosa, pois, segundo Aguiar et al (2012), "é nesta perspectiva que se evidencia a importância do Laboratório de Matemática como um ambiente auxiliar no desenvolvimento dos conteúdos e na construção do saber matemático".

Tendo em vista que as escolas em geral não dispõem de um Laboratório de Matemática equipado e preparado para atender a demanda de alunos, cabe ao professor a missão de desenvolver materiais alternativos para suas aulas. Sendo assim, este artigo tem por objetivo apresentar jogos matemáticos construídos com materiais acessíveis, durante a disciplina de Laboratório de Ensino e Aprendizagem I/2015 do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense Campus Rio do Sul, que podem ser facilmente elaborados por professores e alunos e, ainda, como estes podem auxiliar no processo de ensino-aprendizagem de matemática, através do relato de experiência da aplicação do Jogo Trilha do Alfa.

O Laboratório de Matemática

O laboratório de Matemática, segundo Ewbank (1977 apud TORRONI), é um lugar, um processo, um procedimento. É uma sala estruturada para experimentos matemáticos e atividades práticas, em que os alunos trabalham de maneira informal, se movimentam, discutem, escolhem seus materiais e são capazes de descobrir a Matemática por si só.

Para Lorenzatto (2007 apud AGUIAR, 2012, p. 12), o laboratório de Matemática é "uma sala-ambiente para estruturar, organizar, planejar e fazer acontecer o pensar matemático, é um espaço para facilitar, tanto ao aluno como ao professor, questionar, conjecturar, procurar, experimentar, analisar e concluir, [...] aprender".

Sendo assim, o laboratório é um lugar para explorar materiais, para investigar, e principalmente, construir saberes matemáticos.

De acordo com Silva e Silva (2004), o laboratório de Matemática pode ser visto como um espaço de construção do conhecimento, tanto individual, como coletivo. Nesse espaço, professores e alunos podem dar expansão à sua criatividade, dinamizar o trabalho e enriquecer as atividades de ensino-aprendizagem, tornando o processo muito mais dinâmico, prazeroso e eficaz.

> O laboratório, portanto, é um ambiente propício para estimular no aluno o gosto pela matemática, a perseverança na busca de soluções e a confiança em sua capacidade de aprender e fazer matemática. Além de contribuir para a construção de conceitos, procedimento e habilidades matemáticas, pode propiciar também a busca de relações, propriedades e regularidades, estimulando o espírito investigativo. Por isso, deve ser neste local da escola onde se respire Matemática o tempo todo e possa ser também um ambiente permanente de busca e descoberta (SILVA; SILVA, 2004, p. 3).

Deste modo, o laboratório de Matemática tem por objetivo proporcionar o levantamento de situações problemas, elaboração de hipóteses e análise de resultados, gerando oportunidades para troca de experiências (AGUIAR, 2012).

Assim como o laboratório é importante para a formação matemática do estudante do ensino fundamental e médio, este também possui relevância na formação inicial de professores de matemática. O Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), constitui-se em um ambiente que funciona como um centro para discussão e desenvolvimento de novos conhecimentos dentro de um curso de Licenciatura em Matemática que contribui para o desenvolvimento profissional dos futuros professores (TURRIONI, 2004).

De acordo com Oliveira (1983, apud TURRIONI, 2004, p. 64), o LEM é entendido como um "espaço onde se criam situações e condições para levantar problemas, elaborar hipóteses, analisar resultados e propor novas situações ou soluções para questões detectadas, provocando assim, mudanças significativas na formação do professor de matemática". O LEM então, deve ser entendido como um agente de mudança num ambiente onde se concentram esforços de pesquisa na busca de novas alternativas para mudanças no currículo do ensino Fundamental e Médio.

O laboratório de Matemática se mostra como o ambiente ideal para trabalhar com os educandos nas escolas. Contudo, sabe-se que são poucas as escolas de ensino Fundamental e Médio que possuem o espaço do laboratório, sendo que muitas nem mesmo possuem materiais didáticos matemáticos, como Material Dourado. Embora não exista o espaço físico, o professor pode

transportar algumas das atividades feitas em laboratórios de Matemática para a própria sala de aula. A construção de materiais manipuláveis é um exemplo. É possível criar objetos didáticos, jogos e quebra-cabeças lógicos com materiais acessíveis e de baixo custo. É importante para o aluno construir o seu próprio material e não apenas manipular materiais didáticos já adquiridos prontos (TURRIONI, 204).

Dentro deste contexto, na próxima secção serão descritos alguns jogos elaborados no Laboratório de Ensino de Matemática que podem também ser construídos com os alunos em sala de aula, sem necessitar do espaço próprio do laboratório.

A construção de jogos

Segundo Turrione e Perez (2010, p. 65) "o laboratório almeja principalmente a pesquisa e a confecção de materiais que auxiliem a aplicação, fixação, aprendizagem e ensino dos conceitos matemáticos". Além da pesquisa e confecção de materiais, o espaço do Laboratório de Matemática possibilita a ampliação e solidificação de conhecimentos, desenvolvimento da consciência crítica, a responsabilidade e o gosto pela pesquisa, itens pertinentes à formação do educando.

Para Rodrigues e Gazire (2012, p. 188),

> [...] os materiais didáticos manipuláveis constituem um importante recurso didático a serviço do professor em sala de aula. Estes materiais podem tornar as aulas de matemática mais dinâmicas e compreensíveis, uma vez que permitem a aproximação da teoria matemática da constatação na prática, por meio da ação manipulativa.

Ainda segundo Turrioni (2004, p. 66) o material concreto exerce um importante papel na aprendizagem. A utilização deste "facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental

para o ensino experimental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos".

Contudo, o uso de materiais manipuláveis deve atentar à alguns cuidados por parte do professor, pois este não deve ser aplicado apenas para que as aulas se tornem dinâmicas, mas sim, que possam contribuir para o pensamento matemático do educando. Com isso, o papel do professor é fundamental na escolha do material manipulável, pois este deverá selecionar o material adequado, de forma cuidadosa, para que tenha o devido sucesso durante a atividade. Mais importante que os materiais a serem manipulados pelo aluno é a experiência que deve ser significativa para ele (MATOS; SERRAZINA apud RODRIGUES; GAZIRE, 2012).

Logo, o estudante não aprende Matemática apenas manipulando o objeto, é preciso que exista uma atividade mental por parte do aluno, mediada pelo professor, permeada de reflexões sobre a manipulação, que possibilitem ao educando pensar, analisar e agir (PASSOS, apud RODRIGUES; GAZIRE, 2012).

Através da relevância do uso do material concreto na sala de aula, optou-se por elaborar jogos matemáticos que pudessem ser aplicados, e também confeccionados, em turmas do Ensino Fundamental.

> A manipulação dos jogos como elementos facilitadores da aprendizagem desperta o interesse do aluno para o conhecimento matemático e tem se mostrado bastante eficaz, quando bem orientada, embora seu uso didático seja limitado a situações ocasionais. Mesmo assim, há jogos que podem ser classificados como: jogos de aprendizagem, quando viabilizam a construção e apreensão de conceitos matemáticos; e jogos de fixação, quando evidenciam o exercício necessário para que ocorra a sistematização e memorização do conhecimento matemático já aprendido (MENDES, 2008, p. 17).

Para Smole et al (2008, p. 9) o trabalho com jogos nas aulas de Matemática "auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização", as quais estão diretamente relacionadas com o raciocínio lógico. Ao jogar, os alunos têm a oportunidade de resolver

problemas, investigar e descobrir a melhor jogada, refletir e analisar estabelecendo relações entre o jogo e conceitos matemáticos. "O jogo possibilita uma situação de prazer e aprendizagem significativa nas aulas de matemática".

Por sua dimensão lúdica, o jogar permite o desenvolvimento do espírito construtivo, a imaginação, a capacidade de sistematizar e abstrair e a capacidade de interagir socialmente, pois envolve o desafio, a surpresa e o querer superar obstáculos. O jogar ainda permite a interação entre os alunos, o que auxilia no desenvolvimento do aluno de participação, cooperação, respeito mútuo e pensamento crítica (SMOLE et al, 2008).

As atividades descritas se desenvolveram durante a disciplina de Laboratório de Prática de Ensino Aprendizagem I/2015 do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense Campus Rio do Sul. No decorrer das aulas foram construídos diversos materiais por todos os alunos, direcionado com maior ênfase ao Ensino Fundamental. A participação do professor foi de suma importância, pois demonstrou comprometimento com a atividade proposta, bem como interesse em buscar algo novo para o Ensino de Matemática.

Todos os materiais e jogos construídos não tiveram custeamento para os alunos. O Laboratório da Instituição disponibiliza todos os materiais necessários para que as atividades práticas de Matemática sejam desenvolvidas. Na construção de jogos, por exemplo, todos deveriam abordar os conteúdos relacionados, os objetivos, a forma de avaliação, bem como a metodologia utilizada. Foi possível perceber que com materiais simples é possível atingir uma aprendizagem significativa, trabalhando inclusive com materiais pertencentes ao cotidiano dos alunos. Além dos materiais disponíveis, o amplo espaço da sala do Laboratório, com mesas grandes, também contribuiu para que as atividades fossem desenvolvidas com sucesso.

Cabe ressaltar que todas as atividades propostas pela professora e confeccionadas pela turma, somavam-se ao longo das aulas com aquelas já existentes, contribuindo para o acervo do Laboratório.

Durante as aulas foram construídos diversos jogos, mas daremos maior ênfase em apenas quatro deles. Um deles foi uma adaptação do "Jogo da Velha". Este envolvia as quatro operações fundamentais da matemática e tinha por objetivo estimular os alunos ao raciocínio lógico, cálculo mental e a utilização das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Este jogo deve ter dois participantes e cada um escolhe uma cor de fichas. Em seguida, devem ser distribuídas aleatoriamente no tabuleiro 9 fichas numeradas, conforme a figura. Os jogadores, cada um na sua respetiva vez, devem jogar dois dados e realizar mentalmente alguma das quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) para verificar se algum destes resultados é igual ao número de uma das fichas do tabuleiro. Se um ou mais resultados estiverem no tabuleiro, o jogador deve marcá-los com suas fichas, caso contrário, passa a vez para o outro jogador. O jogo termina quando um dos jogadores marcarem três "casas" seguidas, seja na horizontal, vertical ou diagonal.

Figura I – Jogo da Velha.

Fonte: Acervo do(s) autor(es)

Outro jogo desenvolvido nas aulas foi o Dominó da Distributividade. As regras deste são as mesmas de um jogo de dominó comum, entretanto, as peças ao invés de números continham produtos notáveis, e o objetivo era que os alunos conseguissem calcular estes produtos mentalmente. Se algum jogador

possuir uma peça carretão (peça em que o par de expressões é equivalente), ele inicia o jogo, colocando-a no centro da mesa; caso contrário, seguindo o sentido anti-horário, o primeiro a jogar será aquele que possuir um carretão.

Figura 2 – Dominó da Distributividade.

Fonte: Acervo dos autores

O jogo prossegue de modo que o próximo jogador tenha uma peça que possa ser justaposta a um dos extremos da cadeia de peças da mesa, respeitando-se a equivalência entre expressões. O jogo termina quando um dos jogadores esgotar todas as suas peças ou quando o jogo não possibilitar a justaposição de peças. Neste último caso, o vencedor será o jogador que possuir o menor número de peças.

Um outro jogo confeccionado foi o Enigma das Figuras Geométricas. Este, permite ao aluno o desenvolvimento do raciocínio lógico, estimula a concentração e testes de hipóteses. Este jogo com figuras geométricas foi adaptado ao antigo quebra-cabeça numérico Quadrado Mágico.

Figura 3 – Enigma das figuras geométricas.

Fonte: Acervo dos autores.

Nesse jogo, o quadrado mágico de 3 por 3, deve ser completado com números de 1 a 9, de modo que a soma dos algarismos as direções horizontal, vertical e diagonal seja sempre 15, sem que repita algarismos nessas direções. Depois disto, surgiu o Superquadrado Mágico, com um grau de complexidade maior por existir maior quantidade de espaço em quadrado de 4 por 4, e números de 1 a 16. Contudo, no jogo confeccionados os algarismos foram substituídos por figuras como círculos, triângulos, quadrados e pentágonos, com cores diferentes. O objetivo é preencher o tabuleiro com as figuras de modo a respeitar as seguintes regras do jogo: não pode repetir figuras na mesma linha e coluna; não pode repetir cores na mesma linha e coluna e não pode repetir desenhos na mesma linha e coluna.

Outro jogo desenvolvido nas aulas de Laboratório pelos alunos da turma foi a Trilha do Alfa, uma adaptação de um jogo de tabuleiro. Este jogo foi aplicado em sala com alunos do ensino fundamental, e será apresentado com mais detalhes na seção a seguir. O jogo "Trilha do Alfa", em seu tabuleiro inicial aborda conteúdos diversos como: frações, potenciação, curiosidades matemáticas, as quatro operações básicas e história da matemática, podendo introduzir conceitos específicos, conforme a necessidade do professor.

Figura 4 – Jogo Trilha do Alfa.

Fonte: Acervo dos autores.

As regras são bem simples, os alunos montam o tabuleiro conforme as orientações existentes na ficha de orientação. O jogador que tira 01 ou 06 inicia o jogo e segue na trilha, avançando as casas conforme os números dos dados. Conforme a casa em que o jogador para, ele deve cumprir a indicação do tabuleiro, resolvendo as equações onde indicado, respondendo as questões ou apenas lendo as informações contidas. Vence o jogador que chegar ao final da Trilha do Alfa.

Nas casas foram desenvolvidas expressões numéricas simples que servem como revisão e inseridas algumas curiosidades relacionadas aos grandes matemáticos da história. O diferencial deste jogo de trilha é a aplicabilidade em vários conteúdos diferentes da área da matemática, pois existem as "Casas Coringa", indicadas com uma interrogação, onde o jogador deve pegar uma carta de um baralho disposto no meio do tabuleiro e deve responder a questão contida nela para avançar no jogo. Esse baralho pode conter qualquer pergunta de qualquer conceito matemático, dependendo do conteúdo que o professor esteja trabalhando com aquela turma específica.

Figura 5 – Esboço referente a Trilha dos Alfa.

Fonte: Acervo dos autores.

Figura 6 – Esboço referente a construção daTrilha dos Alfa.

Fonte: Acervo dos autores.

Para podermos avaliar a aplicabilidade do jogo, e termos condições de analisar os benefícios e as dificuldades em se trabalhar com os jogos em sala de aula, o jogo foi aplicado durante as aulas de matemática com uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental em uma Escola de Educação Básica Estadual de Rio do Sul (SC). A utilização dos jogos nessa fase do desenvolvimento é

encorajada pelo PCN, que diz que para as crianças o jogo é muito prazeroso instigante e genuíno, pois gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da educação e do convívio escolar (BRASIL, 1998, p. 40).

Vale lembrar aqui que havíamos feito um pequeno teste de quanto tempo demoraríamos ao aplicarmos o jogo. A partir do resultado desse teste, definimos que jogaríamos com dois dados ao invés de um, e utilizamos duas aulas para a atividade, ao invés de apenas uma como o planejamento inicial, para que os alunos tivessem um melhor aproveitamento, assim como nosso processo avaliativo da atividade.

Foram explicadas todas as regras do jogo para a turma antes do início da interação, e foram de fácil entendimento, além de que estávamos lá com o papel de "juiz".

Deu-se início ao jogo, um participante de cada grupo vinha até o tabuleiro e jogava os dados, dependendo a casa que caia, resolvia uma questão do tabuleiro ou de carta coringa, ou se ficasse em uma casa em branco, passava para o próximo grupo. Quando tinha uma questão para resolver, o jogador encarregado levava essa atividade até seu grupo e em socialização com os demais integrantes resolviam de forma conjunta, sem utilizar nenhum tipo de material para pesquisa. Os grupos, então, iam fazendo as resoluções em uma folha para nos entregar, com a finalidade de termos o registro da atividade.

As reações dos alunos foram variadas e chamaram muita atenção, algumas positivamente e outras, nem tanto. Alguns alunos não demonstraram a iniciativa de participar das resoluções, deixando a cargo dos colegas. Precisaram algumas intervenções junto do grupo para encorajar a participação de todos desafiando-os a analisarem se a questão estava certa, lembrando sempre que a avaliação se daria pela atividade completa, e não apenas pelo registro entregue no final.

Outra situação interessante foi a de um grupo de meninas, que ficaram muito nervosas durante a atividade. Elas sabiam resolver as questões, pois havíamos confirmado isso com as atividades desenvolvidas anteriormente, mas estavam muito ansiosas, afetando o processo de resolução. Essa reação pode

ter sido originada por conta da rivalidade ou expectativa criada em torno do jogo, já que existiria um ganhador.

Ao fim da aula, ninguém havia chego ao final do jogo, então o grupo que estava na frente foi o vencedor. Interessante aqui que houve uma reviravolta na última rodada, pois o grupo que estava na frente tirou números baixos nos dados e então outro grupo, tirando dois pares de seis, os ultrapassou, ganhando o jogo e os chocolates como prêmio. Como essa aula era a última do dia, os alunos se dispersaram rapidamente e não conseguimos registrar de forma satisfatória a reação de todos os grupos sobre a atividade, mas percebemos durante a aula, que foi uma experiência divertida para a maioria.

Considerações finais

Para ensinar de forma dinâmica não é necessário dispor de materiais sofisticados, o interessante é construir com os próprios alunos, considerando a realidade de cada escola, fazendo uso dos materiais que disponibilizam para o ensino de Matemática.

Observa-se que existe uma estreita relação entre o jogo e a construção do conhecimento, pois os alunos inicialmente devem analisar e estudar as regras, para então criar uma estratégia e brincar. O jogo permite ainda ao estudante a compreensão de seu próprio processo de aprendizagem e desenvolve a autonomia necessária para que ele continue aprendendo e construindo o seu conhecimento.

Numa perspectiva profunda constata-se que os jogos didáticos prendem a atenção, entusiasmam e ensinam com maior eficiência, onde é preciso analisar o método de ensino e propor mudanças tornando as aulas dinâmicas pois transmitem as informações de várias formas, estimulando diversos sentidos. Podem ser utilizados para introduzir ou fixar conceitos, propriedades e algoritmos e assim proporcionar o aprendizado matemático eficaz.

A tarefa dos educadores em geral não é mais a de transmitir, e, sim, dar condições para que a aprendizagem realmente aconteça. "O interesse na aprendizagem depende das situações estimuladoras criadas pelo educador para proporcionar ao educando o maior número possível de descobertas e desafios, estimulando, assim, a curiosidade dos alunos" (SILVA; SILVA, 2004, p. 10).

Referente à participação dos alunos nas atividades que envolvem jogos, pode-se analisar pontos relevante tais como o trabalho em equipe, onde todos têm papel importante para alcançar o objetivo final, neste caso vencer o jogo, e a competitividade, em que os alunos são estimulados a realizar a atividade proposta e suas habilidades são instigadas.

Referências

AGUIAR, Camila de. et al. **Atividades didáticas para desenvolver no laboratório de matemática**: resultados de um Projeto do PIBID. Erechim: Edifapes, 2012.

MENDES, Iran Abreu. Tendências metodológicas no ensino de matemática. Belém: EdUFPA, 2008.

RODRIGUES, Fredy Coelho; GAZIRE, Eliane Scheid. Reflexões sobre o uso de material didático manipulável no ensino de matemática: da ação experimental à reflexão. **Revemat**, Florianópolis, v. 7, n. 2, p. 187-196, 2012.

SILVA, José Roberto da. SILVA; Raquel Correa da. O papel do laboratório no ensino da matemática. **VII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Pernambuco: 2004.

SMOLE, Katia Stocco et al. **Jogos de matemática**: de 1º ao 3º ano. Porto Alegre: Grupo A, 2008.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores. 2004. 165 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2004.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 57- 76.

Capítulo 11

A modelagem matemática na licenciatura em matemática: uma experiência de teoria e prática

Michele de Medeiros[1]
Gian Stüpp[2]
Morgana Scheller[3]

O trabalho relata a experiência desenvolvida pelos acadêmicos do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense - *campus* Rio do Sul, no segundo semestre em 2017, na disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática para a Educação Básica, com a construção de um roteiro didático com base nos pressupostos da Modelagem Matemática. A Modelagem entendida aqui como uma das tendências da Educação Matemática na qual se possibilita, além de aprender matemática, aprender também a pesquisar. A escolha do tema foi feita pelos dois primeiros autores deste capítulo e ocorreu depois de os mesmos terem vivenciado uma prática de Modelagem Matemática na disciplina. Durante o processo de Modelagem, à medida que iam desenvolvendo a

1 Licencianda em Matemática, Instituto Federal Catarinense - *Campus* Rio do Sul, micheledemedeiros03@gmail.com.
2 Licenciando em Matemática, Instituto Federal Catarinense - *Campus* Rio do Sul, gian.stupp0000@gmail.com.
3 Docente no Instituto Federal Catarinense – Campus Rio do Sul na área de Educação Matemática, morgana.scheller@ifc.edu.br.

investigação na busca de resolver o problema proposto, relativo a este tema, já iam idealizando e adaptando o mesmo para elaboração do roteiro didático a ser desenvolvido no Ensino Médio. Os autores constaram que as principais dificuldades encontradas no decorrer da atividade foram as de elencar um tema e a partir deste elaborar um problema a ser respondido ao longo do processo. Depois de vivenciar a Modelagem Matemática na disciplina e elaborar um roteiro didático utilizando a tendência, pode-se defender que uma abordagem diferenciada pode ser viável para o ensino de matemática, pois se percebeu que a atividade elaborada tem potencial para ser utilizada na prática docente do professor que ensina matemática na sala de aula.

Considerações Iniciais

Há pelo menos quatro décadas se fala em metodologias de ensino de matemática na busca de maneiras diversificadas de ensiná-la. Geralmente elas estão contempladas dentro das tendências da Educação Matemática e são pertinentes a qualquer licenciatura. Elas foram exploradas durante as aulas da disciplina de Metodologia do Ensino de Matemática para a Educação Básica do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense - campus Rio do Sul, no segundo semestre em 2017. Na disciplina, a dinâmica utilizada foi: (i) vivência de uma prática pedagógica desenvolvida sob a metodologia; (ii) estudos e discussão de fundamentos teóricos de cada tendência metodológica; (iii) adaptação do processo vivenciado para a futura prática; e (iv) elaboração de atividade potencial de cada tendência. (SCHELLER; BONOTTO; BIEMBENGUT, 2015).

Assim, após essas ações, elaboravam atividades com fundamento na tendência as quais objetivavam o ensino de matemática de algum tópico da Educação Básica. Entre elas destacam-se plano de aula, roteiro didático de oficina, sequência de ensino ou análise crítica de relatos de experiências já desenvolvidos. Tais ações serviam para aliar a teoria estudada à prática.

Dentre as tendências vivenciadas, discutidas e transpostas para a futura ação docente estava a Modelagem Matemática, tendência bastante discutida e pesquisada no Brasil nos últimos anos. Dentre todas as atividades desenvolvidas ao longo da disciplina, destaca-se nesse estudo, a construção de um roteiro didático utilizando a tendência de Modelagem Matemática. O processo de elaboração seguiu os preceitos de Scheller, Bonotto e Biembengut (2015), quando sugerem a necessidade do professor de vivenciar o processo de Modelagem Matemática, estudar sobre Modelagem Matemática e adaptar o processo vivenciado para implementação em sala de aula.

Com o propósito de relatar a experiência realizada no curso de formação inicial, organizou-se o texto, o qual contempla inicialmente algumas concepções de Modelagem Matemática, seguidas de considerações a respeito dos processos de vivência da Modelagem Matemática e adaptação do processo para o ensino de Matemática.

Algumas ideias da Modelagem Matemática e Modelagem na Educação

No cenário brasileiro, as concepções de Modelagem Matemática são diversas. Elas são defendidas por pesquisadores como Rodney C. Bassanezi, Maria Salett Biembengut, Jonei Cerqueira Barbosa, Lourdes Maria Werle Almeida, Ademir D. Caldeira, Dionísio Burak, dentre outros. Em seus estudos, Biembengut (2012) apresenta um sistema de classificação de concepções de Modelagem Matemática na Educação, baseada na análise de uma amostra de produções publicadas em Anais e eventos nacionais (2003-2010). As concepções que emergiram no estudo foram três:

• Na primeira concepção, *método ou estratégia*, o foco é o ensino de matemática com pesquisa. De acordo com esta concepção, o estudante é instigado a levantar questões e dados sobre o tema/assunto, formular hipóteses e posteriormente formular um modelo matemático, e na etapa final,

solucionar as questões levantadas a partir do modelo, avaliando-o em seguida. "Os procedimentos envolvidos na Modelagem devem permitir ao estudante aprender matemática a partir de assuntos de outras áreas e, ao mesmo tempo, aprender a fazer pesquisa". (BIEMBENGUT, 2009, p. 10). As concepções Rodney C. Bassanezi, Maria Salett Biembengut e Dionísio Burak são exemplos dessa primeira classificação;

• Na concepção de Modelagem Matemática como *alternativa pedagógica*, o objetivo central é "a aprendizagem matemática do estudante" (p. 10). De acordo com esta concepção, a Modelagem é um meio motivador para propiciar ao estudante condições para a aprendizagem de matemática a partir de assuntos/ temas da realidade dele. Os estudos de Lourdes Maria Werle Almeida apresentam maior relação com essa segunda classificação;

• Na terceira concepção – *ambiente de aprendizagem* – o enfoque é a questão social. O processo prima "por mostrar a matemática como 'meio' para refletir, discutir e analisar questões sociais" (p. 10). No cenário brasileiro, os estudos de Jonei Cerqueira Barbosa e Ademir D. Caldeira é que se enquadram nessa terceira concepção.

Na perspectiva dos pesquisadores brasileiros Bassanezi (2006) e Biembengut (2004; 2014; 2016), a Modelagem consiste no processo realizado na elaboração de um modelo pode ser utilizado em qualquer área do conhecimento e está presente nas atividades humanas, desde os tempos mais primitivos.

> Trata-se de um processo de pesquisa. A essência deste processo emerge da mente de uma pessoa quando alguma dúvida genuína ou circunstância instigam-na a encontrar uma melhor forma de alcançar uma solução, descobrir um meio de compreender, solucionar, alterar, ou ainda, criar ou aprimorar algo. E em especial, quando a pessoa tem uma percepção que instiga a sua inspiração (BIEMBENGUT, 2014, p. 21).

Este processo pode ser explorado na Educação ou adaptado para exploração de conceitos matemáticos. Este último é a proposta de Biembengut

(2004; 2014), ao defender que a Modelagem na Educação é um método de ensino e de pesquisa que contribui com o ensino e a aprendizagem, pois possibilita ao estudante aprender matemática ou outra Ciência de modo integrado às outras áreas do conhecimento, em especial, àquela que o aluno apresenta interesse.

Destaca-se que, neste estudo utilizou-se a perspectiva da Educação Matemática, em que a Modelagem Matemática é como uma área de pesquisa voltada à elaboração ou criação de um modelo matemático; concebida como um método de ensino com pesquisa nos limites e espaços escolares, ao que Biembengut (2014; 2016) denomina de *Modelagem na Educação*. Para a autora, a Modelagem na Educação é um método que faz uso da essência da Modelagem Matemática para o ensino e aprendizagem da Matemática. Seus procedimentos são agrupados em três fases:

1) *percepção e apreensão* – envolve reconhecimento da situação-problema e familiarização sobre o assunto a ser modelado;

2) *compreensão e explicitação* – envolve a formulação do problema, do modelo matemático e sua resolução; e

3) *significação e expressão* - ocorre a interpretação da solução do modelo e sua validação, bem como a expressão do processo de modelagem.

Segundo a pesquisadora, por meio da Modelagem Matemática e Modelagem na Educação, é possível aprender e ensinar Matemática de modo integrado às outras disciplinas do currículo, favorecendo com sua utilização no ensino, além do estudo dos conteúdos matemáticos, a discussão de temas provenientes de outras áreas do conhecimento.

Em uma outra perspectiva temos as concepções de Barbosa e Caldeira. Barbosa (2001) concebe a Modelagem Matemática como sendo uma oportunidade para os alunos criarem diferentes situações por intermédio da matemática, sem procedimentos fixados previamente, dando liberdade aos estudantes para escolherem quais procedimentos e ideias matemáticas acharem conveniente. Denomina Modelagem Matemática como um ambiente de aprendizagem, segundo a perspectiva sócio-crítica e da Educação Matemática

Crítica de Skovsmose (2008). Similarmente, Caldeira (2009) também concebe a MM sem apresentação de etapas para o desenvolvimento. Segundo ele, a MM como uma oportunidade que oferecer aos professores e aos alunos condições para questionarem e entenderem a realidade, por meio de ações e reflexões.

Desenvolvimento do tema à vivência da Modelagem Matemática

Depois de já ter vivenciado o processo de Modelagem Matemática durante o decorrer da disciplina tendo como propósito estabelecer temperatura de ebulição da água no município de Rio do Sul, os acadêmicos foram em busca de um outro tema para que pudessem perpassar novamente pelo processo de Modelagem Matemática e, em seguida, adaptar o processo visando o ensino de matemática na Educação Básica. Tinham como tarefa a elaboração de um roteiro didático envolvendo essa tendência, para tal fim.

No caso desse estudo, destaca-se que a dificuldade de se elencar o tema que seria abordado foi um ponto de destaque nas tarefas que deveriam desenvolver. Decorrente disso, resolveu-se então adotar um critério para a escolha do mesmo, o de ser um tema do cotidiano, tanto dos acadêmicos quanto dos estudantes dessa região. Por se tratar de um tema constantemente comentado pela população local, pelos impactos que ele causa na época das grandes cheias o tema de estudo escolhido foi a Barragem Sul de Ituporanga, Santa Catarina e a quantidade de água que suporta à medida que as chuvas vão aumentando. Segundo Biembengut (2016, p. 105), "esta fase consiste em perceber ideias, informações, eventos e apreendê-los, selecionando-os e relacionando-os aos que já dispõem", nesse caso um assunto bastante comentado na realidade das pessoas da região.

Depois escolhido o tema iniciou-se com a investigação na busca de informações sobre a Barragem, como a história de sua construção bem como de dados que pudessem ser utilizados para a definição da situação-problema e

elaboração de um modelo capaz de auxiliar na resolução da mesma. No levantamento de dados e informações utilizou-se páginas da rede mundial de computadores de órgãos oficiais e redes sociais em que a defesa civil fornece algumas informações na época de grandes quantidades de chuva, bem como com famílias que vivem naquela região.

Na sequência, os dados obtidos foram analisados e, pelo excesso de informações obtidas, houve dificuldade em definir o problema a ser estudado e modelado. Isso porque "compreender é um processo que envolve a classificação das informações apreendidas às novas combinações, [...]. Quanto mais perceptíveis as informações, melhor as compreendemos." (BIEMBENGUT, 2016, p. 106). Depois de bastante discussão, delineou-se a situação problema:

Qual a porcentagem do volume de água da Barragem quando ela atinge a metade de sua altura no vertedouro? Que porcentagem de volume de água dessa Barragem corresponde a qualquer altura dada?

A partir dessa definição, percebeu-se que o objetivo da atividade de Modelagem envolveria o estudo de funções para que se possa entender a relação entre as variáveis, tópico este abordado no Ensino Médio.

Antes da construção do roteiro didático, foi necessário que os acadêmicos estudassem com maior aprofundamento todas as informações tidas até então e desenvolvessem a atividade que se desejava trabalhar no roteiro, ou seja, realizar a Modelagem Matemática. Começaram então por compreenderem melhor o desenho da curva no gráfico formada pelos pontos que descreviam o volume em função da altura. Juntamente com a professora da disciplina os acadêmicos precisaram ir a busca de novos conhecimentos matemáticos na tentativa de elaborar um modelo. Porém, as informações que tinham sido escolhidas para o estudo não eram suficientes para que se conseguisse entender a curva. Isso porque

> [...] para modelarmos é necessário haver uma formulação explícita das variáveis e das linhas ao longo das quais tivemos que efetuar simplificações da realidade, aquilitando-a com dados experimentais e efetuando combinações. Não se trata de um modelo da realidade, mas sim um modelo de uma realidade artificial que nos permitirá gerar uma história explicada de uma proposta [...]. (BIEMBENGUT, 2016, p. 107).

Na tentativa de obter mais dados relacionados ao problema proposto entrou-se em contato com a defesa civil de Ituporanga através de uma rede social, a qual nos disponibilizou planilhas utilizadas por eles para as medições relacionadas a Barragem. Partindo dessas informações mais completas, plotou-se pontos no Microsoft Excel e, a partir deles, gerou-se um gráfico, no qual pode-se perceber que o desenho da curva feita pela relação entre a altura do vertedouro e a porcentagem de água que ela representa, era muito próxima a uma curva descrita por uma função polinomial do segundo grau, o que gerou divergência em relação a primeira tentativa de descobrir o desenho da curva.

Realizou-se então a modelagem da função que descreve essa curva, utilizando o recurso do Microsoft Excel por meio da ferramenta linha de tendência dos dados. Verificou-se também por meio de um sistema linear outro modo de encontrar esta função, ampliando então os conteúdos matemáticos trabalhados na construção do modelo. A partir de então, percebeu-se que o roteiro didático abordando este tema era viável e possível de realizar na futura atuação docente.

Para a construção do roteiro, os acadêmicos idealizaram desenvolver uma abordagem que propiciasse um melhor aproveitamento do tema e que se tornasse algo que gerasse motivação e que não perdesse o foco principal. Para atender preocupações, foram elaborados tópicos para conduzir os estudantes a chegar a um modelo próximo ao encontrado pelos autores deste trabalho e capaz de auxiliar na resolução da situação-problema.

Além dos conteúdos matemáticos buscou-se abordar os impactos sociais, ambientais e econômicos que a construção desta Barragem gerou para as pessoas que moram perto deste local, de modo a incentivar os estudantes a ter um pensamento crítico em relação ao tema. Essa abordagem se encaixa no

conceito de Educação Matemática Crítica na perspectiva de Skovsmose (2008) cujo foco contempla o meio social e político em busca de uma prática democrática de ensino e de aprendizagem de matemática imbricada ao conhecimento reflexivo.

Da Modelagem Matemática à proposta de Modelagem na Educação

No espaço a seguir apresenta-se uma proposta de Modelagem na Educação, tarefa requisito para o cumprimento da disciplina de Metodologias de Ensino de Matemática, anteriormente descrita. O roteiro a seguir foi estruturado e idealizado para ser desenvolvido de acordo com as etapas e subetapas da Modelagem Matemática de Biembengut (2014), a saber: (i) percepção e apreensão; (ii) compreensão e explicitação; e (iii) significação e expressão. O roteiro, a seguir, foi elaborado para as turmas de primeiro ano do Ensino Médio para abordagem de Função polinomial do segundo grau.

Roteiro de Modelagem Matemática

Com a finalidade de reter a água do Rio Itajaí do Sul durante os períodos de muita chuva, para evitar alagamentos em Ituporanga e nas cidades que se encontram a jusante, construiu-se a Barragem Sul. Segundo Scheidt et al (2012), a construção teve início no ano de 1962, porém foi paralisada em 1964 devido ao golpe militar. O retorno das atividades da construção está registrado em 1969, com o término e inauguração em março de 1976.

Inicialmente a altura do vertedouro da Barragem era de 28 metros, mas nos últimos anos ela sofreu uma sobre-elevação de três metros, o que aumentou em cerca em 20% sua capacidade de armazenamento. Nos Quadros 1 e 2 apresentam-se, respectivamente, algumas informações atualizadas a respeito da

Barragem bem como informações relacionadas a capacidade de armazenamento de água da Barragem, em metros cúbicos e percentual, em relação à altura da mesma no vertedouro.

Quadro 1 – Informações principais sobre a Barragem Sul localizada no município de Ituporanga.

Área Inundável	1 472 km²
Altura do Vertedouro	31 m
Volume do Reservatório	110 000 000 m³
Comportas	5 com 1,5 m de diâmetro
Extensão da bacia de contenção	42 km

Fonte: Os autores (2017)

Quadro 2 - Altura da água no vertedouro e volume de água na Barragem Sul, em junho de 2017.

Altura do vertedouro (m)	Volume (m³)	Volume (%)
7	348 308	0
8	1 005 782	1
9	2 003 915	2
10	3 342 709	3
11	5 022 163	5
12	7 042 277	6
13	9 403 051	9
14	12 104 484	11
15	15 146 578	14
16	18 529 332	17
17	22 252 746	20
18	26 316 820	24
19	30 721 553	28
20	35 466 947	32
21	40 553 001	37
22	45 979 715	42

23	51 747 089	47
24	57 855 122	53
25	64 303 816	58
26	71 093 170	65
27	78 223 184	71
28	85 693 858	78
29	93 505 191	85
30	101 657 185	92
31	110 149 839	100

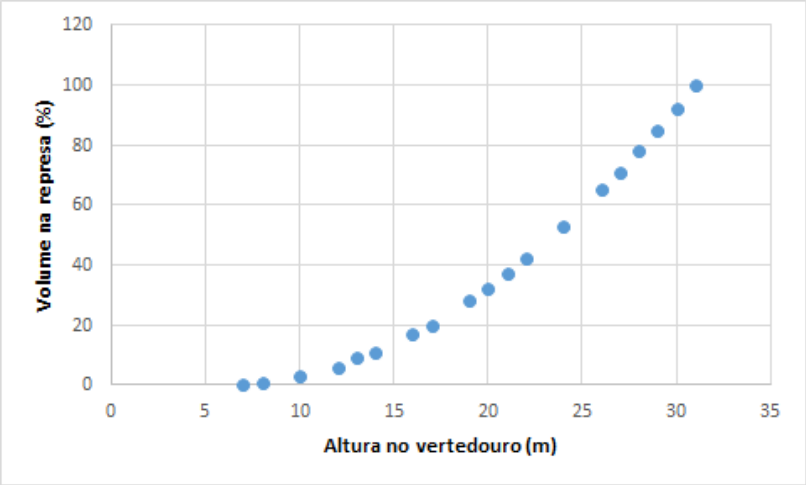
Fonte: Defesa Civil (2017)

Agora vocês podem procurar conhecer mais sobre os períodos em que a Barragem foi mais alagada e tempo em que permaneceu cheia ou transbordando. Em seguida socialize e discuta com seus colegas.

A partir dos dados do Quadro 2 ou outros dados que você encontrou, questiona-se: Qual a porcentagem do volume de água da barragem quando ela atinge a metade de sua altura no vertedouro? Que porcentagem de volume de água dessa barragem corresponde a qualquer altura dada?

a) Individualmente, em duplas ou grupos pense em uma forma de tentar resolver o problema.
b) Analisando os dados, observe a como se apresenta a variação da capacidade de armazenamento em relação à altura do vertedouro. Anote os dados para ficar mais fácil de responder. Perceba se a variação da capacidade em relação à altura do vertedouro é constante ou varia de forma diferente nos intervalos. Justifique sua resposta.
c) Para melhor visualizar a relação entre as duas variáveis, certifique-se de que a consideração feita no item b é verídica e, para isso, plote os pontos em um plano cartesiano, como Figura I e novamente faça registros do observado nela.

Figura 1 – Representação gráfica do volume de água da represa em relação a altura no vertedouro.



Fonte: Os autores

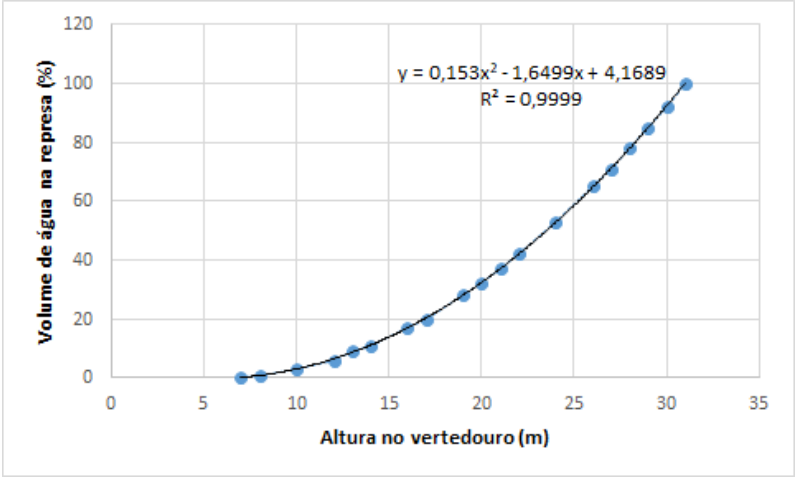
d) Se traçarmos uma linha interligando os pontos, o desenho da curva se assemelha com que função? (Busque informações em livros de matemática do Ensino Médio para isso).

e) Acione a linha de tendência no *Microsoft Excel* para obter funções que se ajustam aos pontos? Registre os vários resultados das expressões no seu caderno.

f) Investigue por que os pontos estão restritos a um intervalo? Que intervalo é esse? Justifique sua resposta.

g) Retornando ao problema inicial, determine a função que descreve relação entre a porcentagem do armazenamento em função da altura da Barragem. Para isso, procure também realizar um ajuste de curva utilizando o Método dos mínimos quadrados, o qual utiliza sistemas lineares. Compare sua reposta com aquela obtida no *Microsoft Excel.* A função encontrada deve se aproximar dessa expressa na Figura 2.

Figura 2 – Ajuste de curva, realizado no *Excel,* expressando a relação do volume de água da represa (y) em relação à altura no vertedouro (x).



Fonte: Os autores

h) Você também pode discutir o modelo obtido analisando em que medida ele tem validade ou não, verificando dentro de que condições essa relação funciona

i) Procure também discutir sobre os impactos da represa na região. Quais os impactos:

   i) na vida das pessoas que moram próximas a Barragem no período de cheia?

   ii) na vida de quem morava na área alagável antes da construção da Barragem?

   iii) ambientais e econômico causados por ela?

   iv) ocasionados pelas mudança após a construção?

Sugere-se que todo o processo seja socializado e discutido entre os colegas, na sala de aula, de modo que os estudantes possam confrontar resultados e defender argumentos utilizados para sustentação da resposta. Também que o mesmo seja apresentado à comunidade escolar na forma de

uma mostra ou feira, de modo a socializar as ações feitas na escola a respeito de um tema do cotidiano da região.

Considerações Finais

Esse trabalho relata uma prática de Modelagem Matemática e Modelagem na Educação realizada por acadêmicos do quarto semestre do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense – *Campus* Rio do Sul, no segundo semestre de 2017. Das práticas destaca-se que durante o processo os autores perceberam a indissociabilidade dos processos de Modelagem Matemática e de Modelagem na Educação perpassados, ou seja, da resolução do problema proposto e da adaptação do mesmo para o roteiro didático, pois ambos foram ocorrendo simultaneamente.

Em relação as principais dificuldades encontradas no decorrer da atividade, evidencia-se que as mesmas se concentraram mais no ato de elencar um tema e a partir deste elaborar um problema a ser solucionado. Tal dificuldade pode ter sido devido ao fato de se tratar da primeira experiência desta natureza pelos acadêmicos ou pela vivência exagerada de práticas pedagógicas em que não se incentiva os estudantes a formularem perguntas, apenas resolvê-las.

Uma característica interessante percebida pelos acadêmicos a respeito da Modelagem Matemática é de que, além de se poder utilizá-la para ensinar matemática, ela também tem um carácter formativo para o acadêmico e/ou professor que está criando um roteiro. A justificativa para tal e que, além de exercitar os conhecimentos matemáticos já conhecidos faz com que o estudante saia da sua zona de conforto e busque por mais conhecimentos. Além disso, pode verificar os prós e contras da abordagem e assim tentar adaptá-la de maneira que possa ser mais bem aproveitada pelos estudantes que irão desenvolvê-la.

Depois de vivenciar a Modelagem Matemática na disciplina por duas ocasiões e elaborar um roteiro didático utilizando a tendência, destaca-se o fato de que uma abordagem diferenciada como neste caso pode ser viável, pois se percebeu que a atividade elaborada tem potencial para ser utilizada na prática docente.

Referências

BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. In: 24ª RA da ANPED, **Anais...** Caxambu, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & Implicações no Ensino e na Aprendizagem de Matemática**. 2. ed. Blumenau: Edifurb, 2004.

_____. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria. Revista de Educação em Ciências e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 7-32, 2009.

_____. **Modelagem no Ensino Fundamental**. Blumenau: Edifurb, 2014.

_____. **Modelagem na Educação Matemática e na Ciência**. São Paulo: Livraria da Física, 2016.

CALDEIRA, Ademir Donizeti. Modelagem Matemática: um outro olhar. **Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 33-54, jul. 2009.

DEFESA CIVIL. **Observações do Rio Itajaí Açu**. Disponível em: <http://www.ituporanga.sc.gov.br/acesso-rapido/nivel-do-rio/ituporanga.html>. Acesso em: 14 set. 2017.

SCHELLER, M; BONOTTO, D.; BIEMBENGUT, M. S. Formação continuada e Modelagem: percepções de professores. **Educação Matemática em Revista**. Ano 20, n. 46, p. 16-24, set. 2015.

SCHEIDT, Alexandre et al. **Análise estrutural da Barragem de Ituporanga**. 2012. Disponível em: <http://www.ebah.com.br/content/ABAAAgJksAA/analise-estrutural-barragem-ituporanga> Acesso em: 21 set. 2017.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. 4. ed. Campinas: Papirus, 2008.

Capítulo 12

Laboratório de Prática de Ensino Aprendizagem – experiências e saberes

Cristina Maxemovitch[1]
Paula Andrea Grawieski Civiero[2]
Elisângela Regina Melz[3]

Não, não tenho caminho novo.
O que tenho de novo é o jeito de caminhar
(Thiago Mello, 2011).

A proposta, ora apresentada, se refere às experiências vivenciadas ao longo do caminho cursado na disciplina de Laboratório de Prática de Ensino Aprendizagem II ofertada na 8ª fase do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal Catarinense (IFC) – Campus Rio do Sul. A carga horária dessa disciplina é computada como Prática de Ensino como Componente Curricular (PCC) e são desenvolvidas no Laboratório de Educação Matemática (LEM). Desde sua essência a disciplina se aproxima da perspectiva da Educação Matemática

[1] Docente no Instituto Federal Catarinense (IFC) – Campus Rio do Sul na área de Educação Matemática, paula.civiero@ifc.edu.br.
[2] Licencianda do Curso de Licenciatura em Matemática - IFC - Campus Rio do Sul, cristinamaxemovitch@gmail.com.
[3] Docente no IFC – Campus Rio do Sul na área de Educação Matemática, elisangela.melz@ifc.edu.br.

Crítica (EMC), defendida por Skovsmose (2001), cujo caminho a ser trilhado deve ser pensado, organizado e percorrido conforme as necessidades da turma, sendo discutidas entre o formador de professores e os futuros professores. Assim, esses sujeitos constroem a disciplina de forma colaborativa, fazem parte do seu planejamento, a partir da estruturação do Plano Pedagógico de Ensino (PPE). Neste relato nos propusemos a socializar algumas das provocações e uma experiência vivenciada nesse espaço, com olhar voltado para a formação do professor.

Considerações Iniciais

Ao considerar a formação de professores de matemática no Instituto Federal Catarinense (IFC) tem-se como princípio a educação transformadora, por sua vez, essa "aumenta a responsabilidade sobre a formação coletiva, educação que intervém na sociedade sendo corresponsável com a formação humana e a equidade social" (CIVIERO; OLIVEIRA E SCHELLER, 2017, p. 24).

Com esse compromisso a disciplina - Laboratório de Prática de Ensino Aprendizagem II do curso de Licenciatura em Matemática, ofertado na 8ª fase do curso, tem como objetivo central "Elaborar e adaptar recursos didáticos de matemática para o Ensino Médio, considerando-se os objetivos educacionais a serem atingidos, suas potencialidades, seus alcances e suas limitações, para auxiliar a aprendizagem de conhecimentos de naturezas diversas" (PPE, 2017).

A partir desse objetivo os encontros semanais foram planejados e executados colaborativamente entre o formador de professores e os licenciandos. No primeiro momento discutiu-se a estruturação do Plano Pedagógico de Ensino (PPE), de forma a oportunizar aos licenciandos a participação no planejamento e tomada de decisões referentes às atividades a serem desenvolvidas nas 60 horas destinadas à essa disciplina.

O caráter colaborativo torna a disciplina dinâmica e as atividades são traçadas ao longo do caminho. Pois, como diz o poeta Antonio Machado (2000),

> Caminhante, é teu rastro o caminho, e nada mais; Caminhante, não há caminho, se faz caminho ao andar. Ao andar se faz caminho, e ao olhar para trás se vê a senda que nunca se há de voltar a pisar. Caminhante, não há caminho, senão sulcos no mar.

Para melhor compreender o que se pretende com essa disciplina no curso vamos explicitar a sua essência.

A carga horária da disciplina está vinculada em sua totalidade à Prática de ensino como Componente Curricular (PCC). Nos cursos de formação de professores a nível de graduação a PCC é apontada nos documentos oficiais como obrigatória, tendo como objetivo promover reflexões aos futuros docentes sobre experiências referentes ao ensino e aprendizagem (BRASIL, 2001, 2002).

Nesse viés, tem-se como propósito oportunizar espaços de discussão presencial entre formador de professores e licenciandos. Fato de extrema relevância ao se considerar as discussões coletivas, que por sua vez, podem promover reflexões com alto grau de aprofundamento.

Os encontros acontecem no Laboratório de Educação Matemática (LEM). Espaço que oportuniza fácil acesso a materiais que podem ser utilizados, por exemplo, na construção dos materiais didáticos manipuláveis. Civiero, Oliveira e Scheller (2017, p. 27) corroboram a definição do LEM como espaço de aprendizagem e de pesquisa,

> [...] onde podemos e devemos exercitar a 'autoridade do argumento' ao desenvolver a autoria e autonomia do professor em formação. Isso implica em sermos autores de materiais pedagógicos e assim contribuir para o desenvolvimento do professor em formação referente a capacidade de autoria, de cooperação, de integração.

O material pedagógico a ser utilizado para o ensino de matemática é foco dessa disciplina. Entretanto, se faz essencial promover reflexões sobre a escolha

e uso desses materiais manipuláveis, sejam eles, estáticos ou dinâmicos, conforme definições de Lorenzato (2006).

Segundo Fiorentini e Miorim (1993, p. 3) "[...] o professor nem sempre tem clareza das razões fundamentais pelas quais os materiais são importantes para o ensino e, normalmente, não questiona se estes realmente são necessários, e em que momentos devem ser usados". Lorenzato (2006) corrobora a nossa compreensão quando afirma que a pretensão é de refletir com os professores e estudantes para o uso crítico de tais materiais.

Nessa óptica os materiais didáticos construídos pelos licenciandos passam por reflexão crítica sobre a sua relevância, observando os conceitos matemáticos, bem como a concepção de ensino e aprendizagem do professor.

Para auxiliar à reflexão, elementos da Educação Matemática Crítica (EMC) são considerados. Parte-se da compreensão de que a EMC não é uma tendência em Educação Matemática, mas sim uma concepção epistemológica que deveria perpassar por todas as atividades desenvolvidas para o ensino de matemática, independente da metodologia utilizada. Dessa forma, a prioridade deixa de ser o conhecimento técnico, herança do positivismo lógico, que carregamos nas estruturas pedagógicas.

Nos preocupamos com o pensamento lógico matemático imbricado às questões sociais da tecnociência. Pauta que não há como desvincular da realidade na sociedade tecnológica a qual vivemos, conforme discutido por Civiero (2016, p. 27).

> Em uma sociedade tecnológica, é possível assumir a tecnologia caracterizada pelo domínio de métodos formais. No que lhe diz respeito, a matemática é instrumento para essa formalização. Dessa composição, entendo a matemática (enquanto conhecimento específico) como base da sociedade tecnológica, emergindo desse entendimento a necessidade de questionar a posição da educação matemática em relação às variáveis do processo civilizatório contemporâneo.

Dessa forma, a Educação Matemática tem especial significado no processamento de conhecimento e, desse modo, opera no processo da

globalização[4], isto é, pode interferir em vários aspectos que integram a sociedade.

Com esse entendimento, as reflexões provocadas na disciplina, vão além das preocupações técnicas e metodológicas. Os saberes que perpassam as discussões se referem a metodologias de ensino de matemática, com ênfase nas tendências em Educação Matemática, como modelagem, resolução de problemas, etnomatemática, projeto de investigação e história da matemática. Além disso, preocupa-se com o conhecimento do conteúdo matemático específico, por isso é oportunizado a análise de livros didáticos e resolução de atividades específicas, para que os acadêmicos, antes de pensarem em uma dinâmica para o ensino de matemática, reconheçam os conceitos e técnicas de cada conteúdo a ser explorado.

Nessa óptica, ao assumir, como papel da educação escolar, uma formação consciente e crítica, é preciso desenvolver de forma indissociável três tipos de conhecimentos, explicitados por Skovsmose (2001) o conhecimento matemático específico, conhecimento tecnológico e o conhecimento reflexivo. O primeiro trata dos conceitos, o segundo das técnicas, ou seja, dos algoritmos e modelos que podem facilitar o desenvolvimento do mesmo, o terceiro, trata da criticidade imbricada ao conhecimento matemático. Ao assumir a relevância dos três conhecimentos provoca-se questionamentos sobre para quê, para quem e porquê desenvolvemos tais habilidades matemáticas, e não apenas o como desenvolver.

Nessa linha de pensamento, as atividades foram desenvolvidas, socializadas entre os próprios licenciandos e depois executadas com os alunos do Ensino Médio da própria instituição. As atividades desenvolvidas são socializadas com a turma e organizadas em pastas que guardam a história produzida ao longo do tempo. Essa produção tem a intencionalidade de servir como material de consulta para novos acadêmicos, bem como para os

---

[4] Empregamos o termo globalização na linha de Chesneaux (1995), como um processo que envolve transformações nos significados de intensificação das comunicações, tempo-espaço, desterritorialização, integração mundial, modernidade técnica e reflexividade social.

formadores de professores. Quiçá, serem socializadas num livro organizado para professores da educação básica.

Com intenção de dividir com o leitor um fragmento dessa experiência, trazemos um relato de uma das oficinas desenvolvidas, bem como as reflexões geradas a partir da sua aplicação.

As atividades em si

As atividades têm início com a explanação da ementa e objetivos da disciplina conforme o PPC (2016). Entretanto, a proposta a ser percorrida durante o semestre foi planejada pelo professor e os licenciandos, ajustando colaborativamente as estratégias e o cronograma. Essa dinâmica é defendida por Skovsmose (2008; 2007) quando se refere aos alunos fazerem parte do planejamento pedagógico, como uma tática para instigar a EMC.

Com base nessa concepção, na fase de percepção e apreensão, procurou-se mediar o processo para que os acadêmicos pudessem romper com a racionalidade técnica e deixar as resistências, assumindo seu papel de investigador crítico. Cada etapa do PPE foi (re)discutida com a turma e, colaborativamente, moldada conforme as necessidades do coletivo. O professor esteve sempre pronto para lançar novas provocações, mas sem tirar o protagonismo dos acadêmicos.

Para exemplificar essa atividade, a acadêmica que vivenciou as experiências da disciplina vem relatar a proposta de atividade e suas percepções ao longo do caminho.

O relato de experiência e algumas percepções

A experiência aqui evidenciada, relata a produção de oficinas desenvolvidas com estudantes do Ensino Médio. Destaca-se que o IFC oferece

cursos de licenciaturas e também cursos de Ensino Médio Técnico Integrado. Sendo assim, as oficinas desenvolvidas pelos licenciandos foram divulgadas aos estudantes do Ensino Médio, que após aceitarem o convite, participaram voluntariamente no contra turno.

Os licenciandos foram provocados a escolher um conteúdo matemático que não tivessem pleno domínio. Assim, a preocupação com a aprendizagem matemática estaria direcionada de forma biunívoca, auxiliando a aprendizagem tanto dos próprios licenciandos, ao preparar a atividade, quanto dos estudantes do Ensino Médio, ao experienciarem a oficina.

Após muitas conversas o conteúdo escolhido foi logaritmo, sendo desafiador para a licencianda, a qual necessitou apropriar-se dos conceitos e técnicas para depois buscar a metodologia mais adequada para desenvolver com os estudantes de EM por meio de oficina.

Pressupõe-se, após observação de alguns livros didáticos, que esse conteúdo é trabalhado apenas de forma algébrica, instigando a memorização de técnicas, sem conexão com questões reais. Por esse motivo, muitos estudantes, não conseguem reconhecer as suas aplicações.

Assim sendo, a opção de trabalhar logaritmo a partir da oficina, foi mostrar aos estudantes que não se trata de um conteúdo complicado e inacessível. Além disso, pode ser apreendido de uma forma dinâmica e contextualizada.

A aplicação da oficina foi realizada no Instituto Federal Catarinense Campus Rio do Sul, com alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

Escolhemos desenvolver esse conteúdo por meio da interpretação de um fenômeno da realidade: A avalanche. Os objetivos traçados para a oficina, foram trabalhar com a história dos logaritmos, modelar o fenômeno avalanche e construir a representação gráfica.

Os materiais utilizados foram grãos de feijão; grãos de pipoca; copos recicláveis e folhas de papel sulfite. Essa proposta foi acessada no site do IME da Unicamp - Recursos educacionais multimídia para a matemática do ensino

médio -, o qual oferece uma diversidade de atividades que podem ser utilizadas por professores de matemática[5].

No início apresentou-se um vídeo[6], com 10 minutos de duração, sobre a história dos logaritmos. Nele, um menino que não entende o conteúdo e, tem uma prova para fazer, pede ajuda em suas orações a uma Santa. Para ajudá-lo ela conta a história sobre o tema, de modo a auxiliar a compreensão do menino. Após o breve filme, os alunos do EM, os quais se identificam com o personagem do filme, foram convidados a iniciar o experimento.

Para tanto, a turma foi dividida em dois grupos. Cada grupo recebeu uma variedade de grãos distinta. Houve essa necessidade para possibilitar a discussão sobre as diferenças entre as funções encontradas para cada uma das variedades. Então, cada grupo foi dividido novamente em equipes de três alunos, recebendo um recipiente (copo reciclável), os grãos e uma folha de papel para anotar os dados coletados.

Cada grupo encheu o recipiente com o máximo de grãos possível de modo que acomodasse e formassem um morrinho sobre o copo, ultrapassando a borda. A partir dessa situação, os próximos grãos deveriam ser colocados cuidadosamente, um de cada vez, em qualquer lugar do morrinho até que começassem a cair. Conforme figura 1. A queda dos grãos em excesso chama-se avalanche. O número de grãos que cai em uma avalanche será chamado de intensidade.

---

[5] Veja mais detalhes em <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1366>

[6] <https://www.youtube.com/watch?v=ju13iGDTIBs&t=186s>

Figura 1 - Avalanche

Fonte: https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1366

As equipes deveriam produzir avalanches durante dez minutos e as intensidade de todas elas deveriam ser registradas. Uma tabela foi produzida por cada grupo. Onde Q é o número de vezes que a avalanche de intensidade I ocorreu. Conforme tabela 1.

Tabela 1 - Intensidade e quantidade de avalanches

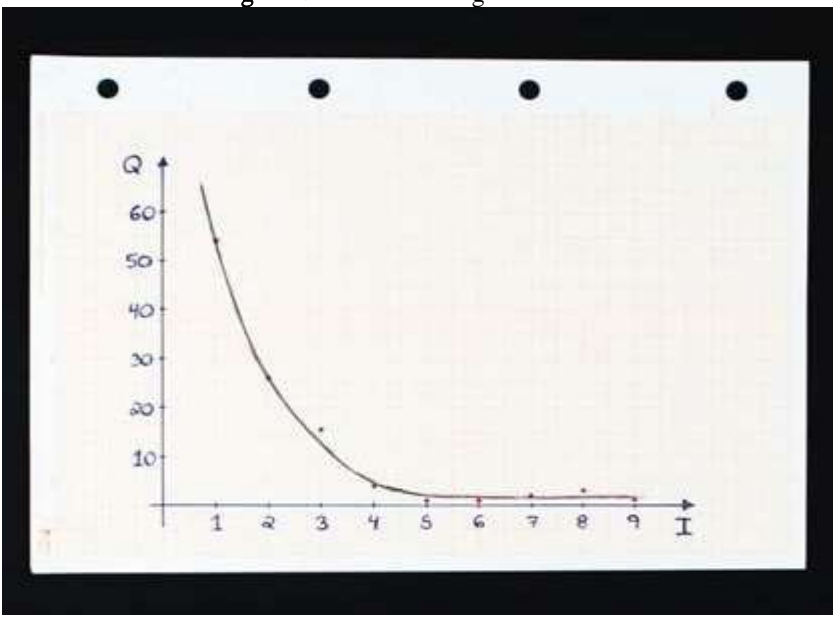
I	Q
1	54
2	26
3	18
4	4

5	I
6	I

Fonte: elaborado pelas autoras

O cuidado, ou a sua falta, na colocação de cada grão pode provocar variações nos dados obtidos por diferentes grupos. Terminada a coleta dos dados, cada grupo deveria então, construir o gráfico, conforme os dados registrados na tabela e ilustrado na figura 2.

Figura 2 - Gráfico de registros da avalanche



Fonte: https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1366

Nesse momento os estudantes foram instigados a observar a representação gráfica e reconhecer a função que se aproxima da figura encontrada.

A maioria dos alunos falou que havia visto gráficos desse tipo e reconheceram a função logarítmica, pois já haviam estudando o assunto recentemente. Entretanto, com a experiência perceberam uma aplicação para os conceitos e técnicas.

Percepções da licencianda quanto a experiência

Além do estágio obrigatório, os acadêmicos de licenciatura, não possuem contato com as salas de aula durante o curso, aprendemos muita teoria sem contato com a prática. Dessa forma, o contato com o estudante em sala de aula foi de suma importância, pois como acadêmica, vejo que é necessário este contato, para que o futuro professor sinta como é a vivência com os estudantes, e tenha noção de como será seu futuro local de trabalho.

No início da atividade, tanto eu como os estudantes sentimos uma certa timidez, por ser um primeiro contato. Conforme foi acontecendo a oficina, fomos nos conhecendo e a atividade se tornou dinâmica. A medida que íamos desenvolvendo o trabalho iam surgindo as dúvidas, as quais eram sanadas por todo o grupo. Iniciou-se a oficina com pequenos grupos de aproximadamente quatro estudantes, cada grupo observou e anotou o que acontecia conforme os grãos caiam do copo. Após essa etapa começamos a discutir o que havia acontecido em cada grupo, até chegar no objetivo dessa atividade.

De uma forma dinâmica chegamos em um conceito matemático, desenvolvido pelos estudantes. O conteúdo matemático específico ganhou significado e assim, desmistificou-se a sua dificuldade. Na continuidade dessa oficina os estudantes seriam instigados a construir o modelo matemático da função logarítmica que generaliza esse evento. Formalizando, algebricamente, o conhecimento matemático e, dessa forma provocando reflexões que levam a desnaturalizar a neutralidade do modelo. Essas etapas estão muito próximas das preocupações apresentadas pela EMC.

Considerações finais

A disciplina de Laboratório de Prática de Ensino e Aprendizagem II, se constitui em um espaço que proporciona aos futuros professores o reconhecimento da pluralidade de metodologias. Além disso, da forma como está sendo desenvolvida, instiga aproximações com a EMC. Reconhecemos que essa última provocação só acontece se o professor da disciplina ter concepção epistemológica e pedagógica crítica. Caso contrário, a disciplina, pode se tornar tradicional, formalizando um espaço de reprodução de técnicas, sem reflexão e acrítico.

Com essa experiência, constatou-se a importância de contextualizar o conteúdo em sala de aula, de modo a oportunizar a construção do conhecimento, com autonomia e autoria. Essa proposta provoca o estudante a pensar, a ser crítico frente ao tema abordado. Nessa proposta, o sujeito não é nem passivo nem ativo, ele passa a ser interativo.

A proposta de atividade com os logaritmos, como exemplar escolhido para trazer a discussão, proporcionou aos estudantes do EM e ao licenciando a perceberem o conteúdo logaritmo de forma de reconhecer e verificar a sua aplicabilidade. A oficina foi um excelente recurso didático, pois possibilita aos estudantes um confrontamento de ideias, reorganizando o pensamento, instigado pelo professor e pela experiência vivenciada, fazendo com que a aprendizagem realmente aconteça.

Nessa perspectiva, os acadêmicos são instigados a curiosidade, investigação, autonomia e pesquisa. Assim, desenvolvem conhecimentos e habilidades necessárias a futuros professores críticos e reflexivos.

A disciplina foi planejada, de modo a motivar os acadêmicos a participar como sujeitos interativos, adotando modelos dinâmicos na perspectiva da EMC. A tendência desses é sentirem-se motivados no processo de ensino e aprendizagem, pois ao mesmo tempo que se apropriam do conteúdo também aprendem a ensiná-lo.

Referências

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Parecer CES n. 1.302/2001. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura**. Brasília, 06 de janeiro de 2001.

_____. Conselho Nacional de Educação. Parecer CES n. 3/2003. **Diretrizes Curriculares para os Cursos de Matemática.** Brasília, 18 de fevereiro de 2003.

_____. Conselho Nacional de Educação. Parecer CP n. 2/2015. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada.** Brasília, 01 de julho de 2015.

CIVIERO, P. A. G. **Educação Matemática Crítica e as implicações sociais da Ciência e da Tecnologia no Processo Civilizatório Contemporâneo**: embates para Formação de Professores de Matemática. 2016. 382 f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2016.

CIVIERO, P.A.G.; OLIVEIRA, F.P.Z.; SCHELLER, M. Laboratório de ensino aprendizagem de matemática: espaço para formação crítica dos formadores, de professores em formação e de futuros professores. **Revista Dynamis**. Blumenau, V. 23, N. 1, p. 22-39, 2017.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M.A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **Boletim SBEM**, São Paulo, ano 4, n. 7, 1993.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de Ensino**

de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

MACHADO, A.M.N. **Da fofoca à citação**. POrto Alegre: Laboratório de escrita Ed., 2000.

MELLO, T. de. **A vida verdadeira**. 2011. Disponível em <https://eupassarin.wordpress.com/2011/01/27/thiago-de-mello-brasil-1926/> Acesso em 13 de maio de 2019.

Recursos Educacionais Multimídia para a matemática do ensino médio. Disponível em: <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/1366> Acesso em 13 de maio de 2019.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica:** A questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

_____. **Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade.** São Paulo: Cortez, 2007.

_____. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Campinas: Papirus, 2008.